МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ВЛАДИВОСТОКСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И МОДЕЛИРОВАНИЯ

Рабочая программа дисциплины (модуля)

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

Направление и направленность (профиль)
21.03.01 Нефтегазовое дело. Нефтегазовое дело

Год набора на ОПОП
2022

Форма обучения
очная

Владивосток 2024

Рабочая программа дисциплины (модуля) «Высшая математика» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 21.03.01 Нефтегазовое дело (утв. приказом Минобрнауки России от 09.02.2018г. №96) и Порядком организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утв. приказом Минобрнауки России от 06.04.2021 г. N245).

Составитель(и):

Ембулаев В.Н., доктор экономических наук, профессор, Кафедра математики и моделирования, Vladimir.Embulaev@vvsu.ru

Утверждена на заседании кафедры математики и моделирования от 23.05.2024 , протокол № 9

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий кафедрой (разработчика)

Мазелис Л.С.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат	1575656200
Номер транзакции	0000000000BE1795
Владелец	Мазелис Л.С.

1 Цель, планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)

Целями освоения учебной дисциплины «Высшая математика» являются:
- ознакомление с основными понятиями высшей математики;
- освоение методов и способов решения математических задач;
- развитие логического и алгоритмического мышления;
- овладение основными методами исследования;
- выработка умения самостоятельно расширять математические знания и проводить математический анализ прикладных задач.

Задачами дисциплины «Высшая математика» являются:
- обучение студентов методам высшей математики, необходимых им при изучении остальных курсов;
- привитие студентам навыков исследования с использованием методов высшей математики;
- обучение студентов методам логически строгого построения доказательств;

- формирование навыков и умений, необходимых при практическом применении математических идей и методов для анализа и моделирования сложных систем, процессов, явлений, для поиска оптимальных решений и выбора наилучших способов реализации.

Планируемыми результатами обучения по дисциплине (модулю), являются знания, умения, навыки. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы, представлен в таблице 1.

Таблица 1 – Компетенции, формируемые в результате изучения дисциплины (модуля)

<table>
<tr><th rowspan="2">Название ОПОП ВО, сокращенное</th><th rowspan="2">Код и формулировка компетенции</th><th rowspan="2">Код и формулировка индикатора достижения компетенции</th><th colspan="3">Результаты обучения по дисциплине</th></tr>
<tr><th>Код результата</th><th colspan="2">Формулировка результата</th></tr>
<tr><td rowspan="3">21.03.01 «Нефтегазовое дело» (Б-НД)</td><td rowspan="3">ОПК-1 : Способен решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общеинженерные знания</td><td rowspan="3">ОПК-1.1к : владеет математическими методами и навыками для формулирования и решения технических и технологических проблем</td><td>РД1</td><td>Знание</td><td>системы математических знаний и навыков для решения стандартных задач профессиональной деятельности</td></tr>
<tr><td>РД2</td><td>Умение</td><td>применять систему математических знаний для формулирования и решения технических и технологических проблем</td></tr>
<tr><td>РД3</td><td>Навык</td><td>владения математическими методами и навыками для формулирования и решения технических и технологических проблем</td></tr>
</table>

2 Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП

Дисциплина «Высшая математика» относится к основной части «Блока 1 Дисциплины (модули)» учебного плана направления 21.03.01 Нефтегазовое дело, и имеет логическую и содержательно-методическую взаимосвязь с дисциплинами основной образовательной программы. Дисциплина базируется на компетенциях, сформированных на предыдущем уровне образования. Для изучения высшей математики требуется качественное знание школьного курса алгебры, геометрии, тригонометрии, начал анализа, информатики.

3. Объем дисциплины (модуля)

Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу с обучающимися (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу, приведен в таблице 2.

Таблица 2 – Общая трудоемкость дисциплины

Название ОПОП ВО	Форма обучения	Часть УП	Семестр (ОФО) или курс (ЗФО, ОЗФО)	Трудоемкость	Объем контактной работы (час)						СРС	Форма аттестации
				(З.Е.)	Всего	Аудиторная			Внеаудиторная			
						лек.	прак.	лаб.	ПА	КСР		
21.03.01 Нефтегазовое дело	ОФО	Б1.Б	1	5	73	36	36	0	1	0	107	Э
21.03.01 Нефтегазовое дело	ОФО	Б1.Б	2	4	73	36	36	0	1	0	71	Э

4 Структура и содержание дисциплины (модуля)

4.1 Структура дисциплины (модуля) для ОФО

Тематический план, отражающий содержание дисциплины (перечень разделов и тем), структурированное по видам учебных занятий с указанием их объемов в соответствии с учебным планом, приведен в таблице 3.1

Таблица 3.1 – Разделы дисциплины (модуля), виды учебной деятельности и формы текущего контроля для ОФО

№	Название темы	Код результата обучения	Кол-во часов, отведенное на				Форма текущего контроля
			Лек	Практ	Лаб	СРС	
1 семестр							
1	Элементы линейной алгебры	РД1, РД2, РД3	10	10	0	28	контрольная работа №1, ИДЗ* №1, собеседование.
2	Аналитическая геометрия на плоскости.	РД1, РД2, РД3	11	10	0	28	контрольная работа №2, ИДЗ №2, собеседование.
3	Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии в пространстве.	РД1	7	8	0	26	собеседование
4	Введение в анализ.	РД1, РД2	8	8	0	25	контрольная работа №3, собеседование
2 семестр							
5	Дифференциальное исчисление	РД1, РД3	10	10	0	22	ИДЗ №3, собеседование
6	Интегральное исчисление.	РД1, РД3	11	11	0	18	ИДЗ №4, собеседование
7	Дифференциальные уравнения	РД1	7	7	0	15	контрольная работа №4, собеседование.

8	Ряды.	РД1	8	8	0	16	ИДЗ №5, контрольная работа №5, собеседование.
Итого по таблице			**72**	**72**	**0**	**178**	

*Индивидуальное домашнее задание

4.2 Содержание разделов и тем дисциплины (модуля) для ОФО

1 семестр

Тема 1 Элементы линейной алгебры.

Содержание темы: Матрицы и определители. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Крамера, методом Гаусса и матричным методом. Геометрическая интерпретация системы линейных уравнений и линейных неравенств с двумя неизвестными.

Формы и методы проведения занятий по теме, применяемые образовательные технологии: стандартная, метод кооперативного обучения.

Виды самостоятельной подготовки студентов по теме: подготовка к практическому занятию, подготовка к собеседованию, подготовка к контрольной работе №1, выполнение ИДЗ, изучение материала в СЭО (Moodle), подготовка к итоговому тесту.

Тема 2 Аналитическая геометрия на плоскости.

Содержание темы: Взаимно однозначное соответствие между точками плоскости и парами действительных чисел; расстояние между двумя точками; деление отрезка в данном отношении; угловой коэффициент прямой; угол между двумя прямыми. Уравнение простейших геометрических мест точек. Уравнение прямой с угловым коэффициентом; уравнение прямой, проходящей через данную точку в заданном направлении; уравнение прямой, проходящей через две данные точки; уравнение прямой в отрезках; общее уравнение прямой; точка пересечения двух прямых; расстояние от точки до прямой). Окружность; парабола; эллипс; гипербола.

Формы и методы проведения занятий по теме, применяемые образовательные технологии: стандартная, метод кооперативного обучения.

Виды самостоятельной подготовки студентов по теме: подготовка к практическому занятию, подготовка к собеседованию, подготовка к контрольной работе №2, выполнение ИДЗ, изучение материала в СЭО (Moodle), подготовка к итоговому тесту.

Тема 3 Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии в пространстве.

Содержание темы: Основные понятия и определения; скалярное произведение векторов; векторное произведение векторов; смешанное произведение векторов. Расстояние между двумя точками; общее уравнение плоскости; уравнение прямой в пространстве.

Формы и методы проведения занятий по теме, применяемые образовательные технологии: стандартная, метод кооперативного обучения.

Виды самостоятельной подготовки студентов по теме: подготовка к практическим занятиям, подготовка к собеседованию, изучение материала в СЭО (Moodle), подготовка к итоговому тесту.

Тема 4 Введение в анализ.

Содержание темы: Определение предела; предел функции; приращение функции. Непрерывность и точки разрыва функции.

Формы и методы проведения занятий по теме, применяемые образовательные технологии: стандартная, метод кооперативного обучения.

Виды самостоятельной подготовки студентов по теме: подготовка к практическим занятиям, подготовка к собеседованию, подготовка к контрольной работе №3, изучение материала в СЭО (Moodle), подготовка к итоговому тесту.

2 семестр

Тема 5 Дифференциальное исчисление.

Содержание темы: Понятие производной и её основные свойства; дифференцирование неявной функции; дифференциал и его приложения. Уравнения касательной и нормали к кривой; правило Лопиталя; возрастание и убывание функций; отыскание максимума и минимума функции; производные высших порядков; отыскание максимума и минимума функции с помощью второй производной; исследование уравнения кривой и построение его графика. Частные производные; частный дифференциал и полный дифференциал; необходимое условие экстремума.

Формы и методы проведения занятий по теме, применяемые образовательные технологии: стандартная, метод кооперативного обучения.

Виды самостоятельной подготовки студентов по теме: подготовка к практическим занятиям, подготовка к собеседованию, выполнение ИДЗ №3, изучение материала в СЭО (Moodle), подготовка к итоговому тесту.

Тема 6 Интегральное исчисление.

Содержание темы: Понятие неопределённого интеграла и его основные свойства; интегрирование подстановкой; интегрирование по частям; интегрирование рациональных дробей. Понятие определённого интеграла; геометрические приложения определённых интегралов; приближённое интегрирование по методу трапеций.

Формы и методы проведения занятий по теме, применяемые образовательные технологии: стандартная, метод кооперативного обучения.

Виды самостоятельной подготовки студентов по теме: подготовка к практическим занятиям, подготовка к собеседованию, выполнение ИДЗ, изучение материала в СЭО (Moodle), подготовка к итоговому тесту.

Тема 7 Дифференциальные уравнения.

Содержание темы: Основные понятия и определения; решение дифференциального уравнения. Уравнения с отделёнными и отделимыми переменными; решение методом Бернулли. Однородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами; характеристическое уравнение; решение неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами; частное и общее решение.

Формы и методы проведения занятий по теме, применяемые образовательные технологии: стандартная, метод кооперативного обучения.

Виды самостоятельной подготовки студентов по теме: подготовка к практическим занятиям, подготовка к собеседованию, подготовка к контрольной работе №4, изучение материала в СЭО (Moodle), подготовка к итоговому тесту.

Тема 8 Ряды.

Содержание темы: Общие понятия и определения числовых рядов; сходимость числовых рядов; необходимый признак сходимости; достаточные признаки сходимости числовых рядов с положительными членами (признак Даламбера, признак сравнения); признак Лейбница сходимости числовых рядов с чередующимися знаками. Основные понятия и определения степенных рядов; радиус и интервал сходимости степенных рядов; разложение функций в степенные ряды.

Формы и методы проведения занятий по теме, применяемые образовательные технологии: стандартная, метод кооперативного обучения.

Виды самостоятельной подготовки студентов по теме: подготовка к практическим занятиям, подготовка к собеседованию, подготовка к контрольной работе №5, выполнение ИДЗ, изучение материала в СЭО (Moodle), подготовка к итоговому тесту.

5 Методические указания для обучающихся по изучению и реализации дисциплины (модуля)

5.1 Методические рекомендации обучающимся по изучению дисциплины и по обеспечению самостоятельной работы

При реализации дисциплины (модуля) применяется электронный учебный курс, размещённый в системе электронного обучения (Moodle).

Самостоятельная работа студентов является наиболее продуктивной формой образовательной и познавательной деятельности студента в период обучения. Текущая самостоятельная работа направлена на углубление и закрепление знаний студентов, развитие практических умений. Текущая самостоятельная работа включает в себя: работу с лекционным материалом, опережающую самостоятельную работу, подготовку к промежуточной аттестации.

Для проведения занятий лекционного типа используются учебно-наглядные пособия в форме презентационных материалов, обеспечивающие тематические иллюстрации, соответствующие темам лекций, представленным в пункте 5 настоящей РПД.

При проведении практических занятиях применяется метод кооперативного обучения: студенты работают в малых группах (3 – 4 чел.) над индивидуальными заданиями, в процессе выполнения которых они могут совещаться друг к другу. Преподаватель, в свою очередь, наблюдает за работой малых групп, а также поочередно разъясняет новый учебный материал малым группам, которые закончили работать над индивидуальными заданиями по предыдущему материалу.

Для обеспечения систематической и регулярной работы по изучению дисциплины и успешного прохождения текущих и промежуточных контрольных испытаний студенту рекомендуется придерживаться следующего порядка обучения:

- самостоятельно определить объем времени, необходимого для проработки каждой темы;

- регулярно изучать каждую тему дисциплины, используя различные формы индивидуальной работы;

- согласовывать с преподавателем виды работы по изучению дисциплины.

При выполнении индивидуальных домашних заданий необходимо использовать теоретический материал, делать ссылки на соответствующие теоремы, свойства, формулы и др. Решение ИДЗ выполняется подробно и содержит необходимые пояснительные ссылки.

Самостоятельность в учебной работе способствует развитию заинтересованности студента в изучаемом материале, вырабатывает у него умение и потребность самостоятельно получать знания, что весьма важно для специалиста с высшим образованием.

Целью самостоятельной работы студентов является овладение фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю, опытом творческой, исследовательской деятельности.

Самостоятельная работа студента включает следующие виды, выполняемые в соответствии с ФГОС ВО и рабочим учебным планом:

- аудиторная самостоятельная работа студента под руководством и контролем преподавателя на лекции;

- внеаудиторная самостоятельная работа студента: изучение теоретического материала, подготовка к аудиторным занятиям (лекция, практическое занятие, контрольная работа, тестирование, теоретический опрос), дополнительные занятия, текущие консультации по дисциплине.

Для самостоятельной работы студентов в электронном учебном курсе, размещённом в системе электронного обучения (Moodle), содержится весь необходимый теоретический и практический материал, а также видеолекции, тесты и ИДЗ.

Контроль успеваемости осуществляется в соответствии с рейтинговой системой оценки знаний студентов. Оценка по дисциплине определяется по 100-бальной шкале как сумма баллов, набранных студентом в результате работы в семестре: обязательными баллами оценивается посещение лекционных занятий, работа на практических (семинарских) занятиях, теоретический опрос, тесты, выполнение контрольных работ, ИДЗ, предусмотренных учебным планом.

Распределение баллов доводится до студентов в начале семестра.

Учебным планом предусмотрены консультации, которые студент может посещать по желанию.

5.2 Особенности организации обучения для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

При необходимости обучающимся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов (по заявлению обучающегося) предоставляется учебная информация в доступных формах с учетом их индивидуальных психофизических особенностей:

- для лиц с нарушениями зрения: в печатной форме увеличенным шрифтом; в форме электронного документа; индивидуальные консультации с привлечением тифлосурдопереводчика; индивидуальные задания, консультации и др.

- для лиц с нарушениями слуха: в печатной форме; в форме электронного документа; индивидуальные консультации с привлечением сурдопереводчика; индивидуальные задания, консультации и др.

- для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в печатной форме; в форме электронного документа; индивидуальные задания, консультации и др.

6 Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

В соответствии с требованиями ФГОС ВО для аттестации обучающихся на соответствие их персональных достижений планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю) созданы фонды оценочных средств. Типовые контрольные задания, методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений и навыков, а также критерии и показатели, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы, представлены в Приложении 1.

7 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

7.1 Основная литература

1. Гончаренко, В. М., Элементы высшей математики. : учебник / В. М. Гончаренко, Л. В. Липагина, А. А. Рылов. — Москва : КноРус, 2023. — 363 с. — ISBN 978-5-406-11529-9. — URL: https://book.ru/book/949361 (дата обращения: 25.09.2024). — Текст : электронный.
2. Макаров, С. И., Высшая математика: математический анализ и линейная алгебра : учебное пособие / С. И. Макаров. — Москва : КноРус, 2020. — 320 с. — ISBN 978-5-406-01838-5. — URL: https://book.ru/book/936531 (дата обращения: 25.09.2024). — Текст : электронный.
3. Шипачев, В. С. Высшая математика : учебник / В.С. Шипачев. — Москва : ИНФРА-М, 2022. — 479 с. — (Высшее образование). — DOI 10.12737/5394. - ISBN 978-5-16-010072-2. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1850356(дата обращения: 30.09.2024)

7.2 Дополнительная литература

1. Бардушкин, В. В. Математика. Элементы высшей математики : учебник : в 2 томах. Том 1 / В. В. Бардушкин, А. А. Прокофьев. — Москва : КУРС : ИНФРА-М, 2021. — 304 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-906923-05-9. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1235904 (дата обращения: 01.03.2023). – Режим доступа: по подписке.
2. Бардушкин,В. В. Математика. Элементы высшей математики : учебник : в 2 томах. Том 2 / В. В. Бардушкин, А. А. Прокофьев. — Москва : КУРС : ИНФРА-М, 2021. — 368 с. — (Среднее профессиональное образование). - ISBN 978-5-906923-34-9. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/1178146 (дата обращения: 01.03.2023). – Режим доступа: по подписке.
3. Бугров, Я. С. Высшая математика. Задачник : учебное пособие для вузов / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 192 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-7568-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/511713 (дата обращения: 01.03.2023).
4. Образовательный математический сайт Exponenta.ru для студентов, изучающих высшую математику, и для преподавателей математики (Exponenta.ru)

7.3 Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая профессиональные базы данных и информационно-справочные системы (при необходимости):

1. Математический форум Math Help Planet (http://mathhelpplanet.com/static.php)
2. Образовательная платформа "ЮРАЙТ" - Режим доступа: https://urait.ru/

3. Система электронного обучения ВГУЭС (http://edu.vvsu.ru)
4. Электронная библиотечная система «Университетская библиотека онлайн» - Режим доступа: http://biblioclub.ru/
5. Электронно-библиотечная система "BOOK.ru"
6. Электронно-библиотечная система "ZNANIUM.COM"
7. Электронно-библиотечная система "ZNANIUM.COM" - Режим доступа: https://znanium.com/
8. Open Academic Journals Index (OAJI). Профессиональная база данных - Режим доступа: http://oaji.net/
9. Президентская библиотека им. Б.Н.Ельцина (база данных различных профессиональных областей) - Режим доступа: https://www.prlib.ru/
10. Информационно-справочная система "Консультант Плюс" - Режим доступа: http://www.consultant.ru/

8 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) и перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения

Основное оборудование:

- Коммутатор SuperStack 3 (16*10/100 19")
- Мультимедийная трибуна E-Station S
- Мультимедийный проектор Casio XJ-V2
- Мультимедийный проектор №3 Casio XJ-M146
- Облачный монитор 23" LG CAV42K
- Облачный монитор LG 24CK550Z-BP/клавиатура/мышь
- Облачный монитор LG Electronics черный +клавиатура+мышь
- Проектор № 1Epson EB-480
- Сетевой монитор:Нулевой клиент Samsung SyncMaster NC240
- Уст-во бесп.питания UPS-3000

Программное обеспечение:

- Microsoft Windows XP Professional Russian

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

ВЛАДИВОСТОКСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И МОДЕЛИРОВАНИЯ

Фонд оценочных средств
для проведения текущего контроля
и промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

Направление и направленность (профиль)
21.03.01 Нефтегазовое дело. Нефтегазовое дело

Год набора на ОПОП
2022

Форма обучения
очная

Владивосток 2024

1 Перечень формируемых компетенций

Название ОПОП ВО, сокращенное	Код и формулировка компетенции	Код и формулировка индикатора достижения компетенции
21.03.01 «Нефтегазовое дело» (Б-НД)	ОПК-1 : Способен решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общеинженерные знания	ОПК-1.1к : владеет математическими методами и навыками для формулирования и решения технических и технологических проблем

Компетенция считается сформированной на данном этапе в случае, если полученные результаты обучения по дисциплине оценены положительно (диапазон критериев оценивания результатов обучения «зачтено», «удовлетворительно», «хорошо», «отлично»). В случае отсутствия положительной оценки компетенция на данном этапе считается несформированной.

2 Показатели оценивания планируемых результатов обучения

Компетенция ОПК-1 «Способен решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общеинженерные знания»

Таблица 2.1 – Критерии оценки индикаторов достижения компетенции

Код и формулировка индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине			Критерии оценивания результатов обучения
	Код рез-та	Тип рез- та	Результат	
ОПК-1.1к : владеет математическими методами и навыками для формулирования и решения технических и технологических проблем	РД1	Знание	системы математических знаний и навыков для решения стандартных задач профессиональной деятельности	- правильность ответа по содержанию задания; - полнота и глубина ответа
	РД2	Умение	применять систему математических знаний для формулирования и решения технических и технологических проблем	умение решать стандартные задачи дисциплины, основные типы которых разбираются на практических занятиях
	РД3	Навык	владения математическими методами и навыками для формулирования и решения технических и технологических проблем	владеет навыками выбора формул, методов и правильного подхода к решению задачи

Таблица заполняется в соответствии с разделом 1 Рабочей программы дисциплины (модуля).

3 Перечень оценочных средств

Таблица 3 – Перечень оценочных средств по дисциплине (модулю)

Контролируемые планируемые результаты обучения	Контролируемые темы дисциплины	Наименование оценочного средства и представление его в ФОС

			Текущий контроль	Промежуточная аттестация
Очная форма обучения				
РД1	Знание : системы математических знаний и навыков для решения стандартных задач профессиональной деятельности	1.1. Элементы линейной алгебры	Собеседование	Тест
		1.2. Аналитическая геометрия на плоскости.	Собеседование	Тест
		1.3. Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии в пространстве.	Собеседование	Тест
		1.4. Введение в анализ.	Собеседование	Тест
		2.5. Дифференциальное исчисление	Собеседование	Тест
		2.6. Интегральное исчисление.	Собеседование	Тест
		2.7. Дифференциальные уравнения	Собеседование	Тест
		2.8. Ряды.	Собеседование	Тест
РД2	Умение : применять систему математических знаний для формулирования и решения технических и технологических проблем	1.1. Элементы линейной алгебры	Контрольная работа	Тест
		1.2. Аналитическая геометрия на плоскости.	Контрольная работа	Тест
		1.4. Введение в анализ.	Контрольная работа	Тест
РД3	Навык : владения математическими методами и навыками для формулирования и решения технических и технологических проблем	1.1. Элементы линейной алгебры	ИДЗ	Тест
		1.2. Аналитическая геометрия на плоскости.	ИДЗ	Тест
		2.5. Дифференциальное исчисление	ИДЗ	Тест
		2.6. Интегральное исчисление.	ИДЗ	Тест

4 Описание процедуры оценивания

Качество сформированности компетенций на данном этапе оценивается по результатам текущих и промежуточных аттестаций при помощи количественной оценки, выраженной в баллах. Максимальная сумма баллов по дисциплине (модулю) равна 100 баллам.

1-й семестр

Вид учебной деятельности	Оценочное средство									
	Собеседование (1.1-1.2)	Собеседование (1.3-1.4)	Итоговый Тест	ИДЗ №1	ИДЗ№2	Работа у доски	Контрольная работа №1	Контрольная работа №2	Контрольная работа №3	Итого
Лекции	10	10								20
Практические занятия						10	10	10	10	40
Самостоятельная работа				10	10					20
Промежуточная аттестация			20							20
Итого	10	10	20	10	10		10	10	10	100

2-й семестр

Вид учебной деятельности	Оценочное средство									
	Собеседование (2.5-2.6)	Собеседование (2.7-2.8)	Итоговый Тест	ИДЗ №3	ИДЗ №4	ИДЗ №5	Работа у доски	Контрольная работа №4	Контрольная работа №5	Итого
Лекции	10	10								20
Практические занятия							10	10	10	30
Самостоятельная работа				10	10	10				30
Промежуточная аттестация			20							20
Итого	10	10	20	10	10	10	10	10	10	100

Сумма баллов, набранных студентом по всем видам учебной деятельности в рамках дисциплины, переводится в оценку в соответствии с таблицей.

Сумма баллов по дисциплине	Оценка по промежуточной аттестации	Характеристика качества сформированности компетенции
от 91 до 100	«зачтено» / «отлично»	Студент демонстрирует сформированность дисциплинарных компетенций, обнаруживает всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, усвоил основную литературу и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой, умеет свободно выполнять практические задания, предусмотренные программой, свободно оперирует приобретенными знаниями, умениями, применяет их в ситуациях повышенной сложности.
от 76 до 90	«зачтено» / «хорошо»	Студент демонстрирует сформированность дисциплинарных компетенций: основные знания, умения освоены, но допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения при аналитических операциях, переносе знаний и умений на новые, нестандартные ситуации.
от 61 до 75	«зачтено» / «удовлетворительно»	Студент демонстрирует сформированность дисциплинарных компетенций: в ходе контрольных мероприятий допускаются значительные ошибки, проявляется отсутствие отдельных знаний, умений, навыков по некоторым дисциплинарным компетенциям, студент испытывает значительные затруднения при оперировании знаниями и умениями при их переносе на новые ситуации.
от 0 до 60	«не зачтено» / «неудовлетворительно»	Дисциплинарные компетенции не сформированы. Проявляется полное или практически полное отсутствие знаний, умений, навыков.

5 Примерные оценочные средства

5.1 Примерный перечень вопросов для собеседования

1-й семестр

Тема 1: Элементы линейной алгебры

1.Сформулировать свойства определителей.
2.Что называется матрицей? Перечислить виды матриц.
3.Что называется произведением матриц?
4.Что такое система линейных алгебраических уравнений, решение системы?

Тема 2: Аналитическая геометрия на плоскости

5. Какое уравнение называют общим уравнением прямой?
6. Какое уравнение называют уравнением прямой в отрезках?
7. Что называется окружностью?
8. Формула вычисления угла между двумя прямыми.

Тема 3: Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии в пространстве

9.Что такое вектор?
10.Какие векторы называются коллинеарными?
11. Что называется скалярным произведением векторов?
12. Необходимое и достаточное условие перпендикулярности двух нулевых векторов

Тема 4: Введение в анализ

13.Дать определение предела функции в точке.
14. Дать определение бесконечно малой функции.
15. Перечислите свойства бесконечно малых функций.
16. Определение точки разрыва первого рода.

2-й семестр

Тема 5: Дифференциальное исчисление

17.Что называется производной функции в точке?
18. Что называют экстремумами функции?
19. Сформулировать необходимое условие существования экстремума функции в точке.
20. Сформулировать достаточное условие существования перегиба графика функции в точке.

Тема 6: Интегральное исчисление

21.Что такое первообразная функции?
22.Какова формула интегрирования по частям?
23. Какова формула замены переменной в неопределенном интеграле?
24. Как вычисляются площади плоских фигур?

Тема 7: Дифференциальные уравнения

25.Какие уравнения называются дифференциальными? Сформулировать основные понятия.
26.Какие дифференциальные уравнения называются уравнениями 1-го порядка с разделяющимися переменными?
27.Какие уравнения называются однородными дифференциальными уравнениями?
28.Какое уравнение называется характеристическим?

Тема 8: Ряды

29.Сформулировать предельный признак сравнения числовых рядов.
30.Сформулировать признак Даламбера.
31.Какие числовые ряды называются знакопеременными?
32. Что такое область сходимости степенного ряда?

Краткие методические указания

Собеседование проводится после изучения соответствующей темы.

Шкала оценки

№	Баллы*	Описание
1	9–10	Ставится, если студент полностью освоил материал
2	6–8	Ставится, если студент допускает 1-2 ошибки
3	4–5	Ставится, если студент излагает материал неполно и допускает неточности в определени и понятий или формулировке правил, излагает материал непоследовательно и допускает ошибки
4	2–3	Ставится, если студент обнаруживает незнание ответа на соответствующее вопросы, доп ускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспоряд очно и неуверенно излагает материал
5	0–1	Проявляется полное или практически полное отсутствие знаний.

* Могут быть изменены при условии сохранения пропорций.

5.2 Итоговый тест

1-й семестр

1. Определитель матрицы $A=\begin{pmatrix} 5 & 8 & -3 & -5 \\ 0 & 2 & 4 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ равен:

A) -21;
B) 20;
C) 30;
D) -10;
E) 10.

2. Матрица $A=\begin{pmatrix} 2 & 5 & -1 \\ 3 & 7 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$. Матрица $B=\begin{pmatrix} 0 & 4 & 1 \\ 5 & -4 & -2 \\ 1 & 3 & -2 \end{pmatrix}$. $AB=$:

A) $AB=\begin{pmatrix} 24 & -15 & -6 \\ 36 & -13 & -13 \\ 13 & 1 & -10 \end{pmatrix}$; B) $AB=\begin{pmatrix} 24 & 36 & 13 \\ -15 & -13 & 1 \\ -6 & -13 & -10 \end{pmatrix}$; C) $AB=\begin{pmatrix} -10 & 1 & 13 \\ -13 & -13 & 36 \\ 24 & -15 & -6 \end{pmatrix}$; D) $AB=\begin{pmatrix} -10 & -15 & -6 \\ 13 & -13 & -13 \\ 36 & 1 & 24 \end{pmatrix}$;
E) $AB=\begin{pmatrix} 24 & -15 & -6 \\ 36 & -10 & 1 \\ 13 & 13 & -13 \end{pmatrix}$.

3. Ранг матрицы $A=\begin{pmatrix} -15 & 5 & -5 \\ 3 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ равен:

A) 0;
B) 2;
C) 1;
D) 3;
E) 4.

4. Решение системы $\begin{cases} -2x_1 + 4x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 + 2x_2 = 4 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 6 \end{cases}$

A) (2; 0; 0);
B) (-3; 2; 0);
C) (2; 2; 2);
D) (0; 2; -2);
E) (-2; 0; -2).

5. Скалярное произведение векторов $\vec{a} = (3; 2; -1)$ и $\vec{b} = (0; 5; -1)$ равно:
A) 3;
B) 0;
C) 10;
D) 9;
E) 11.

6. Векторное произведение векторов $\vec{a} = (-1; 0; 4)$ и $\vec{b} = (-5; 3; 2)$ равно:
A) (-3i-16j+3k);
B) (-3i-16j-13k);
C) (5i+6j+2k);
D) (7i+6j+3k);
E) (-12i-18j-3k).

7. Угловой коэффициент прямой 8x+6y-7=0 равен:
A) $\frac{7}{3}$;
B) 6;
C) $-\frac{3}{4}$;
D) $-\frac{4}{3}$;
E) $\frac{3}{4}$.

8. Уравнение прямой проходящей через точки A(3;-2), B(6;5) имеет вид:
A) 7x-3y-27=0;
B) 3x-7y+27=0;
C) x-y+27=0;
D) 3x+7y=0;
E) y = 9.

9. Уравнение высоты AH в треугольнике ABC с координатами A(3;0), B(2;-4), C(8;7) имеет вид:
A) 6x+11y-18=0;
B) 2x+4y+3=0;
C) 8x+7y=0;
D) 11x+6y-13=0;

E) 15x-22y-4=0.

10. Уравнение медианы AD в треугольнике ABC с координатами A(2;-4), B(8;4), C(0;-2) имеет вид:
A) 5x+18y-4=0;
B) 8x-14y+3=0;
C) -3x+7y-1=0;
D) 11x+12y=0;
E) 5x-2y-18=0.

11. Расстояние от точки A(6;3) до прямой 12x+5y-22=0 равно:
A) 2,5;
B) 25;
C) 12;
D) 8;
E) 5.

12. Объем пирамиды построенной на векторах $\vec{a} = (2;3;4)$; $\vec{b} = (1;2;-5)$; $\vec{c} = (0;4;1)$ равен:
A) 1,5;
B) 12,5;
C) 15;
D) 9,5;
E) 50.

13. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{4x^2 - 3x - 1}{3x^2 - 2x - 1} =$
A) ∞;
B) 0;
C) $\dfrac{4}{5}$;
D) $\dfrac{5}{4}$;
E) 20.

14. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\arcsin 5x}{2x} =$
A) ∞;
B) 0;
C) 2,5;
D) -2;
E) 10.

15. Предел функции $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x}{x+1}\right)^{2x-3}$ равен:
A) ∞;
B) 0;
C) e^3;

D) $\frac{1}{e^2}$;

E) $\frac{1}{e^4}$.

2-й семестр

1 . Производная функции $y = \ln(\sin x)$ равна:

A) $y^` = tgx$;

B) $y^` = ctgx$;

C) $y^` = \frac{1}{\sin x}$;

D) $y^` = \frac{1}{x}$;

E) $y^` = \frac{1}{\cos x}$.

2. Определите интервалы возрастания функции $y = 5x^4 - 10x^3$:

A) $(-\infty;0) \cup (1{,}5;+\infty)$;

B) $(1{,}5;+\infty)$;

C) $(0;2)$;

D) $(-\infty;0) \cup (2;+\infty)$;

E) $(-\infty;+\infty)$.

3. Функция $y = x - \ln(1+x)$ имеет экстремум при:

A) x=e;
B) x=0;
C) x=1;
D) x=2;
E) x= -1.

4. Площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 5x + 2x^2$, $y = 1 + 4x$ равна:

A) 1,125;
B) 4,25;
C) 11,5;
D) 8;
E) 2,125.

5. Функция $y = x^5 + 5x - 6$ имеет перегиб в точке:

A) (-1;-12);
B) (1;0);
C) (0;-6);
D) (2;36);
E) (-2;-48)

6. Функция $y = 2x^3 - 3x^2$ достигает максимума при:

A) x = 1;

B) x = -1;
C) x = 0;
D) x = 6;
E) x = 3.

7. Интеграл $\int \frac{dx}{\cos^2(2x+3)}$ равен:

A) $\frac{1}{2}tg(2x+3)+C$;
B) $2tg(2x+3)+C$;
C) $\frac{1}{2}tgx+C$;
D) $\frac{1}{2}ctg(2x+3)+C$;
E) $2ctg(2x+3)+C$.

8. Интеграл $\int_{-1}^{1}(6x^2-2x)^2dx$ равен:

A) $\frac{128}{15}$;
B) $\frac{64}{5}$;
C) $\frac{256}{15}$;
D) $\frac{128}{3}$;
E) 18.

9. Дифференциальное уравнение $x^2y^2y' + xy^3 = 1$ является
A) линейным;
B) однородным;
C) уравнением Бернулли;
D) уравнением с разделяющимися переменными.

10. Для решения дифференциального уравнения $y'' - 2y' + y = 0$ следует
A) непосредственно проинтегрировать это уравнение;
B) сделать подстановку $y' = p, \quad y'' = p'$;
C) сделать подстановку $y' = p, y'' = pp'$;
D) составить и решить характеристическое уравнение.

11. Общее решение дифференциального уравнения $y' + x = 5$ имеет вид:

A) $y = 5x - \frac{x^2}{2} + C$;

B) $y=\frac{x^2}{2}+C$;

C) $y=5x+C$;

D) $y=5x+\frac{x^2}{2}+C$

12. Общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка $y''+y'-12y=0$ имеет вид:

A) $C_1e^{-4x}+C_2e^{3x}$;
B) C_1e^{x};
C) $3C_1x\cdot e^{x}$;
D) $\left(C_1x+C_2\right)\cdot e^{x}\cdot x$.

13. Общий член ряда $a_n=\frac{3\cdot n-2}{n^2+1}$. Тогда четвертый член ряда a_n равен:

A) $\frac{10}{17}$;
B)0;
C)1/2;
D)∞.

14. Интервалом сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-3)^n}{n5^n}$ является:

A) [-2; 8);
B)(-2;8);
C)(-2; 8];
D)[-2; 8].

15. Дано дифференциальное уравнение $y''-2y'+10y=0$. Тогда соответствующее ему характеристическое уравнение имеет вид
A) $1+2k+10k^2=0$;
B) $k^2-2k+10=0$;
C) $k^2-10k+2=0$;
D) $2k^2-k+10=0$.

Краткие методические указания

ПТМ содержат тестовые задания с выбором одного или нескольких правильных ответов, ввод числа.

Шкала оценки

№	Баллы	Описание
1	19–20	Все ответы на тест правильные
2	16–18	Решено 90% тестовых заданий
3	9–16	Решено 70-80% тестовых заданий
4	1–9	Решена 50-60% тестовых заданий
5	0	Решено меньше половины тестовых заданий или тест не пройден

5.3 Примеры заданий для выполнения контрольных работ

Контрольная работа №1 «Элементы линейной алгебры»

1. Решить систему линейных алгебраических уравнений методом Крамера, при этом определитель Δ вычислить по правилу треугольников

$$\begin{cases} x+2y+z=4 \\ 3x-5y+3z=1 \\ 2x+7y-z=8 \end{cases}$$

2. Решить систему линейных алгебраических уравнений методом Крамера, при этом определитель Δ_1 вычислить разложив по первой строке

$$\begin{cases} 2x-y+4z=15 \\ 3x-y+z=8 \\ -2x+y+z=0 \end{cases}$$

3. Решить систему линейных алгебраических уравнений методом Крамера, при этом определитель Δ_2 вычислить разложив по второму столбцу

$$\begin{cases} 4x-3y+2z=9 \\ 2x+5y-3z=4 \\ 5x+6y-2z=18 \end{cases}$$

4. Решить систему линейных алгебраических уравнений методом Крамера, при этом определитель Δ_3 вычислить, получив нули в каком-либо столбце и разложив по нему.

$$\begin{cases} 2x-y-z=4 \\ 3x+4y-2z=11 \\ 3x-2y+4z=11 \end{cases}$$

5. Решить систему линейных алгебраических уравнений матричным методом

$$\begin{cases} x+y-z=1 \\ 8x+3y-6z=2 \\ -4x-y+3z=-3 \end{cases}$$

6. Решить систему линейных алгебраических уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} x+y-z=6 \\ 2x+3y-4z=21 \\ 7x-y-3z=6 \end{cases}$$

7. Найти общее решение неоднородной СЛАУ.

$$\begin{cases} 2x_1+4x_2+6x_3+x_4-x_5=4, \\ x_1+2x_2+3x_3+x_4=2, \\ 3x_1+6x_2+9x_3+3x_4=6, \\ 3x_1+6x_2+9x_3+2x_4-x_5=6. \end{cases}$$

Контрольная работа №2 «Аналитическая геометрия на плоскости»

1. Даны вершины треугольника А(-7;-2), В(3;-8), С(-4;6). Найти уравнения всех сторон в общем виде.
2. Даны вершины треугольника А(-3; -2), В(14;4), С(6;8). Найти уравнения всех высот в общем виде (AN_1, BN_2, CN_3).

3. Даны вершины треугольника A(1;0), B(-1;4), C(9;5). Найти уравнения всех медиан в общем виде (AM_1, BM_2, CM_3).

4. Даны вершины треугольника A(1;7), B(-3;-1), C(11;-3). Найти tgA.

5. Даны вершины треугольника A(1;-2), B(7;1), C(3;7). Найти уравнения прямых AE и AE_1 проходящих под углом 45^0 к AC.

6. Даны вершины треугольника A(-2;-3), B(1;6), C(6;1). Найти точку B_1, симметричную точке B относительно AC.

7. Даны вершины треугольника A(-4;-2), B(-6;6), C(6;2). Найти расстояние от точки C до прямой AB.

8. Даны вершины треугольника A(4;-3), B(7;3), C(1;10). Найти уравнение прямой CC_1, проходящей параллельно AB.

9. Даны вершины треугольника A(4;-4), B(8;2), C(3;8). Найти уравнение прямой CS, если точка S такая, что $\dfrac{BS}{SA}=2$.

10. Даны вершины треугольника A(-3;-3), B(5;-7), C(7;7). Найти длину стороны AB.

11. Даны вершины треугольника A(-3;2), B(2;-4), C(7;7). Найти площадь треугольника ABC.

12. Дано уравнение кривой второго порядка $\dfrac{x^2}{49}+\dfrac{y^2}{25}=1$. Найти величину полуосей.

13. Дано уравнение кривой второго порядка $\dfrac{x^2}{4}-y^2=1$. Найти координаты вершин.

14. Дано уравнение кривой второго порядка $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{16}=1$. Найти эксцентриситет.

15. Дано уравнение кривой второго порядка $\dfrac{x^2}{49}-\dfrac{y^2}{36}=1$. Найти уравнения асимптот.

Контрольная работа №3 «Введение в анализ»

Найти пределы функций

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^6-x+5}{x^6+3x^2+1}$;

2. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-1}{x^2-2x-3}$;

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 4x}{x\cdot\sin x}$;

4. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+1}{x-3}\right)^x$.

Исследовать функции на непрерывность, найдите точки разрыва, укажите характер разрыва.

1. $y=\begin{cases} x+4 & \text{при} \quad x<-1, \\ x^2+2 & \text{при} \quad -1\le x<1, \\ 2x & \text{при} \quad x\ge 1; \end{cases}$

2. $y=9^{\frac{1}{2-x}}$ в точках $x=0, x=2$.

Контрольная работа №4 «Дифференциальные уравнения»

1. Найдите частное решение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными $ydy - xdx = 0, y(3) = 5.$
2. Найдите общее решение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными $3xdx - 2xdy = dx + dy.$
3. Проинтегрируйте однородное дифференциальное уравнение $3xyy^{'} = y^2 - 4x^2$.

4. Проинтегрируйте линейное дифференциальное уравнение $y^{'} + 2y = 4x$.

5. Определите тип дифференциального уравнения $y^{'} = 2x^3y^3 - 2xy$.

6. Найдите общее решение дифференциального уравнения: $y^{''} = x + \sin x$.

7. Найдите решение дифференциального уравнения $y^{''}y^3 = 1$, удовлетворяющего заданным начальным условиям $y = 1, y^{'} = 1$ при x=0,5.

8. Найдите общее решение линейного однородного дифференциального уравнения $y^{''} - 16y = 0$.

9. Найдите общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения $y^{''} - y = e^x$.

10. Найдите частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющего заданным начальным условиям $y^{''} - y^{'} = 2(1-x); y(0) = y^{'}(0) = 1$.

Контрольная работа №5 «Ряды»

1. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)^2}{3n^2 + n - 1}$, применив необходимый признак сходимости ряда.

2. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n-1}{5^n(n+1)!}$, применив признак Даламбера.

3. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{n+3}{n+1})^{n^2}$, применив радикальный признак Коши.

4. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2(\sqrt[3]{n^2})}{\sqrt[3]{n}(n^2+2)}$, применив первый признак сравнения.

5. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{(7n-5)^5}}$, применив второй признак сравнения.

6. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-1)\ln(3n-1)}$, применив интегральный признак Коши.

7. Исследовать на условную сходимость знакочередующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n n^4}$, по признаку Лейбница.

8. Найти интервал сходимости степенного ряда, применив признак Даламбера $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-7)^n}{n(n+1)}$.

Краткие методические указания

Контрольная работа позволяет определить уровень усвоения материала. Перед выполнением контрольной работы необходимо ознакомиться с теоретическим материалом, представленным на лекции, проработать методы решения задач, рассмотренных в типовых примерах. За разъяснением трудно усваиваемых вопросов курса необходимо обратиться к преподавателю.

Шкала оценки

№	Баллы	Описание
1	9-10	Задание выполнено полностью и правильно
2	7-8	Задание выполнено полностью, но решение содержит несущественные ошибки
3	5-6	Задание выполнено не полностью или содержит существенные ошибки
4	3-4	Задание выполнено частично и содержит существенные ошибки
5	0-2	Задание не выполнено

5.4 Варианты индивидуальных домашних заданий

Индивидуальное домашнее задание №1 «Элементы линейной алгебры»

1. Вычислить определитель

$$\Delta = \begin{vmatrix} -2 & 4 & -6 & 8 \\ 5 & 3 & 1 & 3 \\ 4 & -5 & -1 & -5 \\ -3 & 2 & 8 & -2 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить $(A \cdot B)$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 4 & -5 \\ 5 & -2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$.

3. Вычислить (3BA+CB), если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Вычислите обратную матрицу A^{-1} по отношению к матрице $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$.

Индивидуальное домашнее задание №2 «Аналитическая геометрия на плоскости»

1. Даны три точки A(4,2,5), B(0,7,1), C(0,2,7). Составить уравнение плоскости ABC.
2. Даны две точки A(4,4,10), B(7,10,2). Составьте каноническое уравнение прямой AB.
3. Даны координаты вершин пирамиды A(4,6,5), B(6,9,4), C(2,10,10), D(7,5,9). Найти объем пирамиды ABCD.
4. Даны координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$. A_1 (7; 7; 3), A_2 (6; 5; 8), A_3 (3; 5; 8), A_4 (8; 4; 1). Найти площадь грани $A_1A_2A_3$.
5. Даны координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$. A_1 (3; 2; -2), A_2 (1; 3; 1), A_3 (6; 2; 0), A_4 (0; 2; 2). Найти расстояние от вершины A_1 до ребра A_2A_3.
6. Даны координаты вершин пирамиды ABCD. A(3,5,4), B(8,7,4), C(5,10,4), D(7,10,3). Составьте уравнение плоскости, проходящих через вершину A параллельно грани BCD.
7. Даны координаты вершин пирамиды ABCD. A(1,8,2), B(5,2,6), C(5,7,4), D(4,10,9). Вычислите угол между ребром AB и гранью ACD.

Индивидуальное домашнее задание №3 «Дифференциальное исчисление»

1 Найти производную функции $y = \sqrt{x^4 + 2x + 3}$.

2. Найти предел функции $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^5-3x^2+5}{3x^5+4x^2-x}$.

3. Найти производную степенно-показательной функции $y=\cos x^{\sin x}$.

4. Найти производную функции, заданной параметрически $\begin{cases} x=\ln t \\ y=t^3 \end{cases}$.

5. Найти производную функции, заданной неявно $x^2+y^2-4x-9y+5=0$.

Индивидуальное домашнее задание №4 «Интегральное исчисление»

1. Найти неопределенный интеграл $\int(6x^2+8x+3)dx$.

2. Найти неопределенный интеграл $\int\dfrac{1}{9x^2+16}dx$.

3. Найти неопределенный интеграл $\int\dfrac{\ln^2 x}{x}dx..$

4. Найти неопределенный интеграл $\int x\sin 2xdx..$

5. Найти неопределенный интеграл от рациональной дроби $\int\dfrac{(x+2)dx}{x^2+2x+2}.$

6. Найти неопределенный интеграл от иррациональной функции $\int\dfrac{dx}{\sqrt{5-2x+x^2}}.$

7. Найти неопределенный интеграл от тригонометрической функции $\int\cos 4x\cos 7xdx.$

8. Найти определенный интеграл $\int\limits_0^1\dfrac{x}{(x^2+1)^2}dx.$

9. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2$, $y=\dfrac{x^2}{2}$, $y=2x$.

Индивидуальное домашнее задание №5 «Ряды»

1. Исследовать на сходимость $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n+1}{3n-1}.$

2. Исследовать сходимость знакочередующегося ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}.$$

3. Найти интервал сходимости степенного ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^n}{n2^n}.$

Краткие методические указания

При выполнении ИДЗ необходимо использовать теоретический материал, делать ссылки на соответствующие теоремы, свойства, формулы и др. Решение ИДЗ выполняется подробно и содержит необходимые пояснительные ссылки.

Шкала оценки

№	Баллы	Описание
1	9-10	Задания выполнены полностью и правильно, работа оформлена согласно требованиям, решение содержит некоторые неточности.

2	7-8	Задания выполнены полностью, с несущественными ошибками, но подход к решению, идея решения, метод правильны, работа оформлена согласно требованиям.
3	5-6	Задания выполнены полностью, с существенными ошибками, но подход к решению, идея решения, метод правильны, работа оформлена не по требованиям.
4	3-4	Задание выполнено частично и содержит существенные ошибки
5	0-2	Задание не выполнено или выполнено неправильно.

Ключи к оценочным материалам по дисциплине «Высшая математика»

5.1 Ответы на вопросы для собеседования:

<u>1-й семестр</u>

Тема 1: Элементы линейной алгебры

1. Свойства определителей:

Свойство 1. (Транспонирование строк и столбцов). Определитель не меняет своего значения, если его строки заменить столбцами с теми же номерами, а столбцы строками.

Свойство 2. Если переставить две строки (столбца) определителя, то знак значения определителя изменится на противоположный.

Свойство 3. Если определитель имеет две одинаковых строки или два одинаковых столбца, то он равен нулю.

Свойство 4. Общий множитель элементов какого-либо ряда определителя можно выносить за знак определителя.

Свойство 5. Если все элементы какого-либо ряда определителя равны нулю, то определитель равен нулю.

Свойство 6. Если две строки (столбца) определителя пропорциональны, то определитель равен нулю.

Свойство 7. Величина определителя не изменится, если к элементам какой-либо строки (столбца) определителя прибавить элементы параллельной строки (столбца), умноженные на одно и то же число.

2. Матрицей называется прямоугольная таблица чисел, содержащая т строк одинаковой длины(или п столбцов одинаковой длины). Матрица записывается виде:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

или, сокращённо, A = ($a_{i\,j}$), где i =1, т (т.е. i = 1,2,3,…,т) – номер строки, j = 1,п (т.е. j = 1,2,3,…,п) – номер столбца.

Матрица А называют матрицей размера т х п и пишут $A_{т\ х\ п}$. Числа $a_{i\,j}$,составляющие матрицу называются её элементами. Элементы, стоящие на диагонали, идущей из верхнего левого угла, образуют главную диагональ.

Матрицы равны между собой, если равны все соответствующие элементы этих матриц, т.е.

A = B, если $a_{i\,j} = b_{i\,j}$, где i = 1,m, j = 1, n.

Матрица, у которой число строк равно числу столбцов, называется квадратной. Квадратную матрицу размера п х п называют матрицей п-го порядка.

Квадратная матрица, у которой все элементы, кроме элементов главной диагонали, равны нулю, называется диагональной.

Диагональная матрица, у которой каждый элемент главной диагонали равен единице, называется единичной. Обозначается буквой Е.

3. Произведением матрицы $A_{m\,x n} = (a_{i\,j})$ на матрицу $B_{n\,x\,p} = (b_{j\,k})$ называется матрица $C_{m\,x p} = (c_{j\,k})$ такая, что $c_{ik} = a_{i1} * b_{1k} + a_{i2} * b_{2k} + \dots + a_{in}b_{nk}$, где i = 1,m, k = 1,p, т.е элемент i-й строки и k-го столбца матрицы произведения С равен сумме произведений элементов i-й строки матрицы А на соответствующие элементы k-го столбца матрицы В. Если матрицы А и В квадратные одного размера, то произведения АВ и ВА всегда существуют.

4. Системой линейных алгебраических уравнений, содержащей *m* уравнений и *n* неизвестных, называется система вида:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

где числа a_{ij} , $i = \overline{1,m}$, $j = \overline{1,n}$ называются коэффициентами системы, числа b_i – свободными членами. Подлежат нахождению числа x_n. Решением системы называется n значений неизвестных $x_1 = c_1$, $x_2 = c_2$, … , $x_n = c_n$, при подстановке которых все уравнения системы обращаются в верными равенства.

Тема 2: Аналитическая геометрия на плоскости

5. Любая прямая на плоскости может быть задана уравнением первого порядка

$$Ax + By + C = 0,$$

причем постоянные A, B не равны нулю одновременно, т.е. $A^2 + B^2 \neq 0$. Это уравнение первого порядка называют общим уравнением прямой.

6. Уравнение прямой в отрезках. Если в общем уравнении прямой Ax + By + C = 0 $C \neq 0$, то, разделив на –С, получим: $-\frac{A}{C}x - \frac{B}{C}y = 1$ или

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1, \text{ где}$$

$$a = -\frac{C}{A}; \quad b = -\frac{C}{B}$$

Геометрический смысл коэффициентов в том, что коэффициент a является координатой точки пересечения прямой с осью Ох, а b – координатой точки пересечения прямой с осью Оу.

7. Окружностью называется множество точек плоскости, равноудаленных от данной точки (центра). В окружности (x – a)2 + (y – b)2 = R2 центр имеет координаты (a; b).

8. Угол между прямыми на плоскости. Если заданы две прямые $y = k_1x + b_1$, $y = k_2x + b_2$, то острый угол между этими прямыми будет определяться как

$$tg\alpha = \left|\frac{k_2 - k_1}{1 + k_1k_2}\right|.$$

Тема 3: Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии в пространстве

9. Вектор - это направленный прямолинейный отрезок, т.е. отрезок, имеющий определённую длину и определённое направление. Вектор, заданный парой (A, B) несовпадающих точек, обозначающихся символом $\overrightarrow{AB}$

Точка A называется началом, а точка B – концом вектора.

10. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называются коллинеарными, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых. Записываются: $\vec{a} \parallel \vec{b}$.

11. Скалярным произведение двух нулевых векторов называется число, равное произведению длин этих векторов на косинус угла между ними и обозначается:

$$\vec{a} * \vec{b} = |\vec{a}| * |\vec{b}| \cos\left(\vec{a} \wedge ; \vec{b}\right)$$

$$\cos\left(\vec{a} \wedge ; \vec{b}\right) = \frac{\vec{a} * \vec{b}}{|\vec{a}| * |\vec{b}|}$$

Если векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ заданы координатами $\vec{a} = (X_1; У_1)$ и $\vec{b} = (X_2; У_2)$, то

Скалярное произведение этих векторов можно выразить через их координаты по формуле:

$\vec{a} * \vec{b} = X_1 * X_2 + У_1 * У_2$, а угол между ними находится так:

$$\cos\left(\vec{a}\ \hat{;}\ \vec{b}\right) = \frac{X_1 * X_2 + У_1 * У_2}{\sqrt{X_1^2 + У_1^2} * \sqrt{X_2^2 + У_2^2}}$$

12. Необходимым и достаточным условием перпендикулярности двух нулевых векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ является равенство нулю их скалярного произведения

$$\left(\vec{a} \neq 0\,, \vec{b} \neq 0, \vec{a} * \vec{b} = 0\right) \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$$

Тема 4: Введение в анализ

13. Число А называется **пределом** функции f(x) при $x \to a$, если для любого $\varepsilon > 0$ существует такое число $\Delta > 0$, что для всех x таких, что

$$0 < |x - a| < \Delta$$

верно неравенство $|f(x) - A| < \varepsilon$.

То же определение может быть записано в другом виде:

Если $a - \Delta < x < a + \Delta$, $x \neq a$, то верно неравенство $A - \varepsilon < f(x) < A + \varepsilon$.
Запись предела функции в точке: $\lim\limits_{x \to a} f(x) = A$.

14. Функция f(x) называется бесконечно малой при $x \to a$, где а может быть числом или одной из величин ∞, $+\infty$ или $-\infty$, если $\lim\limits_{x \to a} f(x) = 0$. Бесконечно малой функция может быть только если указать к какому числу стремится аргумент х. При различных значениях а функция может быть бесконечно малой или нет.

15. Свойства бесконечно малых функций:

1) Сумма фиксированного числа бесконечно малых функций при $x \to a$ тоже бесконечно малая функция при $x \to a$.
2) Произведение фиксированного числа бесконечно малых функций при $x \to a$ тоже бесконечно малая функция при $x \to a$.
3) Произведение бесконечно малой функции на функцию, ограниченную вблизи точки $x = a$ является бесконечно малой функцией при $x \to a$.
4) Частное от деления бесконечно малой функции на функцию, предел которой не равен нулю есть величина бесконечно малая.

16. Точка x_0 называется точкой разрыва 1- го рода, если в этой точке функция f(x) имеет конечные, но не равные друг другу левый и правый пределы.

$$\lim_{x \to x_0 + 0} f(x) \neq \lim_{x \to x_0 - 0} f(x)$$

Для выполнения условий этого определения не требуется, чтобы функция была определена в точке $x = x_0$, достаточно того, что она определена слева и справа от нее.
Из определения можно сделать вывод, что в точке разрыва 1 – го рода функция может иметь только конечный скачок.

2-й семестр

Тема 5: Дифференциальное исчисление

17. Производной функции $y = f(x)$ в точке x_0 называется $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$, если этот предел существует. Производная обозначается $y'(x_0)$ или $f'(x_0)$. Таким образом, $y'(x_0) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$.

18. Функция $y = f(x)$ имеет максимум (минимум) в точке x_0, если существует такая окрестность точки x_0, что для всех x, принадлежащих этой окрестности, выполняется

условие $f(x) < f(x_0)$ $(f(x) > f(x_0)$, $x \neq x_0$. Максимумы и минимумы функции называются ее экстремумами.

19. Необходимый признак существования экстремума функции. Если дифференцируемая в точке с функция $y = f(x)$ имеет в этой точке экстремум, то $f'(c) = 0$.

Доказательство. Пусть, например, функция $y = f(x)$ имеет в точке с максимум. Это означает, что существует такая проколотая окрестность точки с, что для всех точек x этой окрестности выполняется $f(x) < f(c)$, то есть $f(c)$ – наибольшее значение функции в этой окрестности. Тогда по теореме Ферма $f'(c) = 0$. Аналогично доказывается случай минимума в точке.

20. Достаточный признак существования точки перегиба. Если вторая производная $f''(x)$ непрерывной функции меняет знак при переходе аргумента через точку x_0, то точка $(x_0; f(x_0))$ является точкой перегиба графика функции.

Доказательство. Пусть, например, $f''(x) < 0$ в интервале $(x_0-\varepsilon; x_0)$ и $f''(x) > 0$ в интервале $(x_0; x_0+\varepsilon)$, где ε – положительное число. В этом случае график функции в интервале $(x_0-\varepsilon; x_0)$ выпуклый, а в интервале $(x_0; x_0+\varepsilon)$ – вогнутый. Следовательно, точка $(x_0; f(x_0))$ по определению является точкой перегиба.

Тема 6: Интегральное исчисление

21. Функция $F(x)$ называется первообразной функции $f(x)$, заданной на некотором множестве X, если $F'(x) = f(x)$ для всех $x \in X$. Две первообразные одной и той же функции отличаются на постоянную. Совокупность всех первообразных функции $f(x)$ называется ее неопределенным интегралом и обозначается $\int f(x)dx = F(x) + C$, где C – произвольная постоянная.

22. Метод интегрирования по частям основан на применении формулы
$\int udv = u \cdot v - \int vdu$,
где $u = u(x)$ и $v = v(x)$ – дифференцируемые функции.
Методом интегрирования по частям берут, например, такие интегралы:
а) $\int x^n \sin xdx$, где $n = 1,2..k$; б) $\int x^n e^x dx$, где $n = 1,2..k$;
в) $\int x^n arctgxdx$, где $n = 0,1,2..k$; г) $\int x^n \ln xdx$,
где $n = 0,\pm1,\pm2,...\pm k$.
При вычислении интегралов а) и б) вводят обозначения: $x^n = u$,
тогда $du = nu^{n-1}dx$, а, например $\sin xdx = dv$, тогда $v = -\cos x$.
При вычислении интегралов в), г) и подобных им обозначают за u функцию $arctgx$, $\ln x$, а за dv берут $x^n dx$.

23. Формула замены переменной в неопределенном интеграле

$$\int f(x)dx = \int f(\varphi(t))\varphi'(t)dt,$$

где t – новая переменная, а $x = \varphi(t)$ – непрерывно дифференцируемая функция.

24. С помощью определенного интеграла можно вычислять площади плоских фигур, длины дуг кривых и решать другие задачи. Рассмотрим фигуру, ограниченную графиком непрерывной функции $y = f(x), (f(x) \geq 0)$, двумя прямыми $x = a$ и $x = b$ и осью Ox. Эту фигуру называют криволинейной трапецией, а ее площадь находят по формуле

$$S = \int_a^b f(x)dx.$$

Площадь фигуры, ограниченной графиками непрерывных функций $y=f_1(x)$, $y=f_2(x)$, $f_1(x)\le f_2(x)$ и двумя прямыми $x=a$ и $x=b$, определяется по формуле $S=\int\limits_a^b(f_2(x)-f_1(x))dx$.
В случае параметрического задания кривой $x=x(t)$, $y=y(t)$ площадь фигуры, ограниченной этой кривой, прямыми $x=a$, $x=b$ и осью Ох равна

$$S=\int\limits_{t_1}^{t_2} y(t)x'(t)dt,$$

где пределы интегрирования определяют из уравнений $a=x(t_1)$, $b=x(t_2)$.

Тема 7: Дифференциальные уравнения

25. Функциональное уравнение вида $F\left(x, y, y', y'', \ldots, y^{(k)}\right)=0$, связывающее между собой независимую переменную *x*, неизвестную функцию *y*, зависящую от этого *x*, и ее производные $y', y'', \ldots, y^{(k)}$, называется *дифференциальным* уравнением.
Порядок старшей производной неизвестной функции определяет порядок уравнения. Так, уравнение $F(x, y, y')=0$ является уравнением первого порядка, уравнение $F(x, y, y', y'')=0$ – уравнением второго порядка.

26. Уравнения с разделяющимися переменными. Если дифференциальное уравнение можно привести к виду:
$f(x)dx=g(y)dy$,
то оно называется дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными.
Решение этого уравнения можно найти, проинтегрировав левую и правую части уравнения.

27. Однородные дифференциальные уравнения. Функция $f(x,y)$ называется однородной функцией n–го измерения относительно переменных x и y, если при любом λ справедливо тождество: $f(\lambda x, \lambda y)=\lambda^n f(x,y)$.
Уравнение первого порядка $y'=f(x,y)$ называется однородным, если функция $f(x,y)$ является однородной функцией нулевого измерения относительно x и y.
Такое уравнение сводится к уравнению с разделяющимися переменными с помощью замены переменной $u=\frac{y}{x}$.

28. Пусть линейное однородное дифференциальное уравнение $y''+py'+qy=0$ имеет постоянные коэффициенты *p* и *q*. Квадратное уравнение $k^2+pk+q=0$ называется характеристическим уравнением данного линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. По таблице определяется общее решение однородного линейного уравнения в зависимости от корней его характеристического уравнения.

N	k_1, k_2	$y_{oo}=C_1y_1+C_2y_2$
1	$k_1\ne k_2\in R$	$C_1e^{k_1x}+C_2e^{k_2x}$
2	$k_1=k_2=k$	$e^{kx}(C_1+xC_2)$
3	$k_{1,2}=\alpha\pm\beta i$	$e^{\alpha x}(C_1\cos\beta x+C_2\sin\beta x)$
4	$k_{1,2}=\pm\beta i$	$C_1\cos\beta x+C_2\sin\beta x$

Тема 8: Ряды

29. Предельный признак сравнения. Пусть даны два знакоположительных числовых ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ и $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$. Если существует конечный предел $\lim_{n\to\infty}\frac{u_n}{v_n} = A \neq 0$, то ряды сходятся или расходятся одновременно. Предельный признак сравнения рекомендуется применять в тех случаях, когда общий член ряда представляет собой отношение степенных функций. Для сравнения выбирается обобщённый гармонический ряд, общий член которого равен отношению старших степеней числителя и знаменателя общего члена данного ряда.

30. Признак Даламбера. Пусть дан знакоположительный числовой ряд

$u_1 + u_2 + \ldots + u_n \ldots$

и пусть существует предел $\lim_{n\to\infty}\frac{u_{n+1}}{u_n} = p$. При $p<1$ ряд сходится, при $p>1$ ряд расходится.

Замечания.

1) Если расходимость ряда установлена с помощью признака Даламбера, то $\lim_{n\to\infty} u_n \neq 0$.

2) При $p=1$ признак Даламбера не даёт ответа о сходимости ряда. В этом случае нужно применять другие признаки сходимости.

3) Признак Даламбера рекомендуется применять при наличии в выражении общего члена ряда показательной функции или факториала.

31. Числовые ряды, содержащие как положительные, так и отрицательные члены, называются знакопеременными рядами. Числовой ряд вида

$u_1 - u_2 + u_3 - u_4 + \ldots + + (-1)^{n-1} \cdot u_n + \ldots$,

где u_n – модуль члена ряда, называется знакочередующимся числовым рядом.

32. Областью сходимости степенного ряда является интервал $(a\text{-}R;a+R)$, к которому в зависимости от конкретных случаев могут быть присоединены точки $a\text{-}R$ и $a+R$, где $R= \lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_n}{a_{n+1}}\right|$ (если этот предел существует). В каждой точке интервала $(a\text{-}R;a+R)$ ряд сходится абсолютно.

Интервал (a-R;a+R), называется интервалом сходимости степенного ряда, а половина его длины R называется радиусом сходимости степенного ряда.

Любой степенной ряд сходится при x=a. Если других точек сходимости у ряда нет, то считают, что R=0. Если степенной ряд сходится во всех точках числовой прямой, то считают, что $R=\infty$.

5.2 Ответы на итоговый тест

1-й семестр

1. C
2. A
3. C
4. D
5. E
6. E
7. D
8. A
9. A

10. E
11. E
12. D
13. D
14. C
15. D

2-й семестр
1. B
2. B
3. B
4. A
5. C
6. C
7. A
8. C
9. C
10. D
11. A
12. A
13. A
14.A
15.B

5.3 Ответы на задания для выполнения контрольных работ

Контрольная работа №1 «Элементы линейной алгебры»

1. Матрица системы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ 2 & 7 & -1 \end{pmatrix}$. Матрица свободных членов системы $B = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix}$.

Вычислим определитель матрицы системы Δ, используя правило треугольника

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ 2 & 7 & -1 \end{vmatrix} = 1\cdot(-5)\cdot(-1) + 2\cdot3\cdot2 + 1\cdot3\cdot7 - 1\cdot(-5)\cdot2 - 1\cdot3\cdot7 - 2\cdot3\cdot(-1) = 5 + 12 + 21 + 10 - 21 + 6 = 33.$$

Заменим первый столбец определителя матрицы системы столбцом из свободных членов. Вычислим Δ_1.

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 1 & -5 & 3 \\ 8 & 7 & -1 \end{vmatrix} = 4\cdot(-5)\cdot(-1) + 2\cdot3\cdot8 + 1\cdot1\cdot7 - 1\cdot(-5)\cdot8 - 4\cdot3\cdot7 - 2\cdot1\cdot(-1) = 20 + 48 + 7 + 40 - 84 + 2 = 33.$$

Заменим второй столбец определителя матрицы системы столбцом из свободных членов. Вычислим Δ_2.

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 2 & 8 & -1 \end{vmatrix} = 1\cdot1\cdot(-1) + 4\cdot3\cdot2 + 1\cdot3\cdot8 - 1\cdot1\cdot2 - 1\cdot3\cdot8 - 4\cdot3\cdot(-1) = -1 + 24 + 24 - 2 - 24 + 12 = 33.$$

Заменим третий столбец определителя матрицы системы столбцом из свободных членов. Вычислим Δ_3.

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & -5 & 1 \\ 2 & 7 & 8 \end{vmatrix} = 1\cdot(-5)\cdot 8 + 2\cdot 1\cdot 2 + 4\cdot 3\cdot 7 - 4\cdot(-5)\cdot 2 - 1\cdot 1\cdot 7 - 2\cdot 3\cdot 8 = -40 + 4 + 84 + 40 - 7 - 48 = 33.$$

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{33}{33} = 1$$
$$x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{33}{33} = 1$$
$$x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{33}{33} = 1$$

Ответ: $x_1 = 1$; $x_2 = 1$; $x_3 = 1$.

2. Матрица системы $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 3 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. Матрица свободных членов системы $B = \begin{pmatrix} 15 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Вычислим определитель матрицы системы Δ.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 3 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2\cdot(-1)\cdot 1 + (-1)\cdot 1\cdot(-2) + 4\cdot 3\cdot 1 - 4\cdot(-1)\cdot(-2) - 2\cdot 1\cdot 1 - (-1)\cdot 3\cdot 1 = -$$
$$2 + 2 + 12 - 8 - 2 + 3 = 5.$$

Заменим первый столбец определителя матрицы системы столбцом из свободных членов. Вычислим Δ_1, разложив по первой строке.

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 15 & -1 & 4 \\ 8 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 15\cdot(-1)^{1+1}\cdot\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - 1\cdot(-1)^{1+2}\cdot\begin{vmatrix} 8 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} + 4\cdot(-1)^{1+3}\cdot\begin{vmatrix} 8 & -1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 10.$$

Заменим второй столбец определителя матрицы системы столбцом из свободных членов. Вычислим Δ_2.

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & 15 & 4 \\ 3 & 8 & 1 \\ -2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 2\cdot 8\cdot 1 + 15\cdot 1\cdot(-2) + 4\cdot 3\cdot 0 - 4\cdot 8\cdot(-2) - 2\cdot 1\cdot 0 - 15\cdot 3\cdot 1 = 16 - 30 + 0 + 64 - 0 - 45 = 5.$$

Заменим третий столбец определителя матрицы системы столбцом из свободных членов. Вычислим Δ_3.

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 15 \\ 3 & -1 & 8 \\ -2 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 2\cdot(-1)\cdot 0 + (-1)\cdot 8\cdot(-2) + 15\cdot 3\cdot 1 - 15\cdot(-1)\cdot(-2) - 2\cdot 8\cdot 1 - (-1)\cdot 3\cdot 0 = 0 + 16 + 45 - 30 - 16 - 0 = 15$$

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{10}{5} = 2$$

$$x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{5}{5} = 1$$

$$x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{15}{5} = 3$$

Ответ: x_1 =2; x_2 =1; x_3 =3.

3. Матрица системы $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ 2 & 5 & -3 \\ 5 & 6 & -2 \end{pmatrix}$. Матрица свободных членов системы $B = \begin{pmatrix} 9 \\ 4 \\ 18 \end{pmatrix}$.

Вычислим определитель матрицы системы Δ.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 4 & -3 & 2 \\ 2 & 5 & -3 \\ 5 & 6 & -2 \end{vmatrix} = 4\cdot5\cdot(-2) + (-3)\cdot(-3)\cdot5 + 2\cdot2\cdot6 - 2\cdot5\cdot5 - 4\cdot(-3)\cdot6 - (-3)\cdot2\cdot(-2) = -$$

40 + 45 + 24 - 50 + 72 - 12 = 39.

Заменим первый столбец определителя матрицы системы столбцом из свободных членов. Вычислим Δ_1.

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 9 & -3 & 2 \\ 4 & 5 & -3 \\ 18 & 6 & -2 \end{vmatrix} = 9\cdot5\cdot(-2) + (-3)\cdot(-3)\cdot18 + 2\cdot4\cdot6 - 2\cdot5\cdot18 - 9\cdot(-3)\cdot6 - (-3)\cdot4\cdot(-2) = -$$

90 + 162 + 48 - 180 + 162 - 24 = 78.

Заменим второй столбец определителя матрицы системы столбцом из свободных членов. Вычислим Δ_2, разложив по второму столбцу

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 4 & 9 & 2 \\ 2 & 4 & -3 \\ 5 & 18 & -2 \end{vmatrix} = 9\cdot(-1)^{1+2}\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} + 4\cdot(-1)^{2+2}\cdot\begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} + 18\cdot(-1)^{3+2}\cdot\begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = 117.$$

Заменим третий столбец определителя матрицы системы столбцом из свободных членов. Вычислим Δ_3.

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 4 & -3 & 9 \\ 2 & 5 & 4 \\ 5 & 6 & 18 \end{vmatrix} = 4\cdot5\cdot18 + (-3)\cdot4\cdot5 + 9\cdot2\cdot6 - 9\cdot5\cdot5 - 4\cdot4\cdot6 - (-3)\cdot2\cdot18 = 360 - 60 + 108 - 225 - 96 + 108 = 195$$

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{78}{39} = 2$$

$$x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{117}{39} = 3$$

$$x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{195}{39} = 5$$

Ответ: x_1=2; x_2=3; x_3=5.

4. Матрица системы $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$. Матрица свободных членов системы $B = \begin{pmatrix} 4 \\ 11 \\ 11 \end{pmatrix}$.

Вычислим определитель матрицы системы Δ.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \\ 3 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 2\cdot4\cdot4+(-1)\cdot(-2)\cdot3+(-1)\cdot3\cdot(-2)-(-1)\cdot4\cdot3-2\cdot(-2)\cdot(-2)-(-1)\cdot3\cdot4=32+6+6+12-8+12=60$$

Заменим первый столбец определителя матрицы системы столбцом из свободных членов. Вычислим Δ_1.

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 4 & -1 & -1 \\ 11 & 4 & -2 \\ 11 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 4\cdot4\cdot4 + (-1)\cdot(-2)\cdot11 + (-1)\cdot11\cdot(-2) - (-1)\cdot4\cdot11 - 4\cdot(-2)\cdot(-2) - (-$$

$$1)\cdot11\cdot4 = 64 + 22 + 22 + 44 - 16 + 44 =180$$

Заменим второй столбец определителя матрицы системы столбцом из свободных членов. Вычислим Δ_2.

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 3 & 11 & -2 \\ 3 & 11 & 4 \end{vmatrix} = 2\cdot11\cdot4+4\cdot(-2)\cdot3+(-1)\cdot3\cdot11-(-1)\cdot11\cdot3-2\cdot(-$$

$$2)\cdot11-4\cdot3\cdot4=88-24-33+33+44-48=60$$

Заменим третий столбец определителя матрицы системы столбцом из свободных членов. Вычислим Δ_3, получив нули в каком-либо столбце и разложив по нему.

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 3 & 4 & 11 \\ 3 & -2 & 11 \end{vmatrix}.$$

Получим нули во втором столбце. Вычтем из второй строки первую строку, умноженную на (-4). Вычтем из третьей строки первую строку, умноженную на 2. Получим следующий определитель:

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 11 & 0 & 27 \\ -1 & 0 & 3 \end{vmatrix}.$$

Вычислим этот определитель, разложив по второму столбцу:

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 11 & 0 & 27 \\ -1 & 0 & 3 \end{vmatrix} = -1\cdot(-1)^{1+2}\cdot\begin{vmatrix} 11 & 27 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 60.$$

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{180}{60} = 3$$

$$x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{60}{60} = 1$$

$$x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{60}{60} = 1$$

Ответ: x_1=3; x_2=1; x_3=1.

5. Матрица системы $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 8 & 3 & -6 \\ -4 & -1 & 3 \end{pmatrix}$. Матрица свободных членов системы $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$.

Матрица неизвестных системы $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$.

$$X = A^{-1} \cdot B$$

Найдем обратную матрицу методом алгебраических дополнений:

Найдем определитель матрицы А:

det A = -1

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 3 & -6 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 3$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 8 & -6 \\ -4 & 3 \end{vmatrix} = 0$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} 8 & 3 \\ -4 & -1 \end{vmatrix} = 4$$

$$A_{21} = (-1)^{2+1} \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = -2$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2} \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -4 & 3 \end{vmatrix} = -1$$

$$A_{23} = (-1)^{2+3} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -4 & -1 \end{vmatrix} = -3$$

$$A_{31} = (-1)^{3+1} \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -6 \end{vmatrix} = -3$$

$$A_{32} = (-1)^{3+2} \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 8 & -6 \end{vmatrix} = -2$$

$A_{33} = (-1)^{3+3} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 8 & 3 \end{vmatrix} = -5$

Тогда обратная матрица $A^{-1} = \dfrac{1}{-1}\begin{pmatrix} 3 & -2 & -3 \\ 0 & -1 & -2 \\ 4 & -3 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ -4 & 3 & 5 \end{pmatrix}$

$$X = A^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ -4 & 3 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3\cdot 1 + 2\cdot 2 + 3\cdot(-3) \\ 0\cdot 1 + 1\cdot 2 + 2\cdot(-3) \\ -4\cdot 1 + 3\cdot 2 + 5\cdot(-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ -4 \\ -13 \end{pmatrix}.$$

Ответ: x_1=-8; x_2=-4; x_3=-13.

6. Перепишем систему уравнений в матричном виде и решим его методом Гаусса

$$A = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 6 \\ 2 & 3 & -4 & 21 \\ 7 & -1 & -3 & 6 \end{array}\right).$$

От 2 строки отнимаем 1 строку, умноженную на 2; от 3 строки отнимаем 1 строку, умноженную на 7:

$$A = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 6 \\ 0 & 1 & -2 & 9 \\ 0 & -8 & 4 & -36 \end{array}\right).$$

От 1 строки отнимаем 2 строку, умноженную на 1; к 3 строке добавляем 2 строку, умноженную на 8:

$$A = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & -2 & 9 \\ 0 & 0 & -12 & 36 \end{array}\right).$$

3-ую строку делим на -12:

$$A = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & -2 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \end{array}\right).$$

От 1 строки отнимаем 3 строку, умноженную на 1; к 2 строке добавляем 3 строку, умноженную на 2:

$$A = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \end{array}\right).$$

Ответ: x_1=0; x_2=3; x_3=-3.

7. Общее решение системы $x_1 = 2 - 2x_2 - 3x_3 + x_5$; $x_2 = x_2$; $x_3 = x_3$; $x_4 = -x_5$; $x_5 = x_5$.

Контрольная работа №2 «Аналитическая геометрия на плоскости»

1. Уравнение стороны АВ: 3x+5y+31=0. Уравнение стороны ВС: 3x+y+2=0. Уравнение стороны АС: 8x-3y+50=0.

2. Уравнение высоты AN_1 :2x-y+4=0. Уравнение высоты BN_2: 9x+10y-166=0. Уравнение высоты CN_3: 17x+6y-150=0.

3. Уравнение медианы AM_1: 3x-2y-3=0. Уравнение медианы BM_2: x+4y-15=0. Уравнение медианы CM_3: x-3y+6=0.

4. tgA=3.

5 Уравнение AE : 11x+7y+3=0. Уравнение AE_1:7x-11y-29=0.

6. B_1(7;-6).

7. Расстояние от точки С до прямой АВ равно $\frac{44}{\sqrt{17}}$.

8. Уравнение прямой CC_1: 2x-y+8=0.

9. Уравнение прямой CS: 30x+7y-146=0.

10. Длина стороны АВ равна $\sqrt{80}$.

11. Площадь треугольника ABC равна 42,5.

12. Полуоси a=7, b=5.

13. Вершины A_1(-2;0), A_2(2;0).

14. Эксцентриситет равен $\frac{\sqrt{20}}{6}$

15. Уравнения асимптот $y=-\frac{6x}{7}$, $y=\frac{6x}{7}$

Контрольная работа №3 «Введение в анализ»

Найти пределы функций

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{4x^6-x+5}{x^6+3x^2+1}=4$

2. $\lim\limits_{x\to-1}\frac{x^2-1}{x^2-2x-3}=\frac{1}{2}$

3. $\lim\limits_{x\to0}\frac{1-\cos 4x}{x\cdot\sin x}=8$

4. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+1}{x-3}\right)^x=e^4$

Исследовать функции на непрерывность, найдите точки разрыва, укажите характер разрыва.

1. x= -1 – точка устранимого разрыва, x=1 – точка разрыва первого рода.

2. x=0 – точка устранимого разрыва, x=2 – точка разрыва второго рода.

Контрольная работа №4 «Дифференциальные уравнения»

1. $y^2 - x^2 = 16.$

2. $y = \frac{3}{2}x - \frac{5}{4}\ln C(2x+1).$

3. $y^2 + 4x^2 - 8Cx = 0.$

4. $y = Ce^{-2x} + 2x - 1 = 0.$

5. уравнение Бернулли

6. $y = \frac{x^3}{6} - \sin x + C_1 x + C_2$

7. $2y^2 - 4x^2 = 1.$

8. $y = C_1 e^{-4x} + C_2 e^{4x}$

9. $y = C_1 e^{x} + C_2 e^{-x} + \frac{1}{2} x e^{x}$

10. $y = e^{x} + x^2.$

Контрольная работа №5 «Ряды»

1. Ряд расходится.

2. Ряд сходится.

3. Ряд расходится.

4.Ряд сходится.

5. Ряд сходится.

6. Ряд расходится.

7. Ряд сходится абсолютно.

8. Интервал сходимости степенного ряда [-6;8].

5.4 Ответы на индивидуальные домашние задания

Индивидуальное домашнее задание №1 «Элементы линейной алгебры»

1. Определитель $\Delta = 120.$

2. $(A \cdot B) = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 6 & 10 \\ 2 & 24 \end{pmatrix}$

3. (3BA+CB)= $\begin{pmatrix} 2 & 10 & -15 \\ -3 & 2 & 20 \end{pmatrix}$

4. $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{3}{49} & \frac{5}{49} & \frac{10}{49} \\ \frac{8}{49} & \frac{-3}{49} & \frac{-6}{49} \\ \frac{4}{49} & \frac{-26}{49} & \frac{-3}{49} \end{pmatrix}$

Индивидуальное домашнее задание №2 «Аналитическая геометрия на плоскости»

1. Уравнение плоскости 5x + 12y + 10z - 94 = 0.

2. Каноническое уравнение прямой AB: $\dfrac{x-4}{3} = \dfrac{y-4}{6} = \dfrac{z-10}{-8}$.

3. Объем пирамиды ABCD равен $\dfrac{34}{3}$.

4. Площадь грани $A_1A_2A_3$ равна 8,078.

5. Расстояние от вершины A_1 до ребра A_2A_3 равно 2,596.

6. Уравнение плоскости, проходящих через вершину A параллельно грани BCD: x+y+2z−16=0.

7. Угол между ребром AB и гранью ACD равен $36{,}45^0$.

Индивидуальное домашнее задание №3 «Дифференциальное исчисление»

1. $y' = \dfrac{2x^3+1}{\sqrt{x^4+2x+3}}$

2. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x^5-3x^2+5}{3x^5+4x^2-x} = \dfrac{2}{3}$.

3. $y' = \cos x^{\sin x} \cdot (\cos x \cdot \ln\cos x - tgx \cdot \sin x)$

4. $y_x' = 3t^3$

5. $y' = \dfrac{4-2x}{2y-9}$.

Индивидуальное домашнее задание №4 «Интегральное исчисление»

1. $2x^3 + 4x^2 + 3x + C$

2. $\dfrac{1}{12} arctg \dfrac{3x}{4} + C$

3. $\dfrac{\ln^3 x}{3} + C$

4. $\frac{1}{4}\sin 2x - \frac{1}{2}\cos 2x + C$

5. $\frac{1}{2}\ln(x^2 + 2x + 2) + arctg(x+1) + C$

6. $C - \ln\left|1 - x + \sqrt{5 - 2x + x^2}\right|$

7. $\frac{1}{6}\sin 3x + \frac{1}{22}\sin 11x + C$

8. $\frac{1}{4}$

9. 4.

Индивидуальное домашнее задание №5 «Ряды»

1. Расходится.

2. Сходится условно.

3. [-2;2).