

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное агентство по образованию РФ

Владивостокский государственный университет
экономики и сервиса

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Лабораторный практикум

Владивосток
Издательство ВГУЭС
2008

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ: лабораторный
С 64 практикум / сост. Б.Б. Потехин. – Владивосток:
Изд-во ВГУЭС, 2008. – 72 с.

После ознакомления с методическими указаниями студент выполняет работу, обрабатывает результаты и защищает выполненную работу. В ходе защиты студент должен показать теоретические знания и умение проводить эксперимент. Предназначены для практического ознакомления с действием основных законов сопротивления материалов и овладения практическими навыками по организации и проведению учебно-исследовательских работ в этой области, использованию основных измерительных приборов. Даны методические указания к выполнению лабораторных работ по исследованию основных видов деформаций – сжатия, изгиба, сложных деформаций.

Для студентов всех форм обучения.

ББК 62.17

Печатается по решению РИСО ВГУЭС

© Издательство Владивостокский
государственный университет
экономики и сервиса, 2008

ВВЕДЕНИЕ

Представленные лабораторные работы по курсу «Сопротивление материалов» предназначены для практического ознакомления с действием основных законов сопротивления материалов и овладения практическими навыками по организации и проведению учебно-исследовательских работ в этой области, использованию основных измерительных приборов. Даны методические указания к выполнению лабораторных работ по исследованию основных видов деформаций – сжатия, изгиба, кручения, сложных деформаций.

Каждая лабораторная работа содержит: цель работы, краткую теорию, описание лабораторной установки, порядок проведения работы, расчетные зависимости и их величины, проверку правильности выполнения работы, основные контрольные вопросы. После окончания выполнения лабораторной работы студент обязан сделать итоговый вывод по существу данной работы и отобразить его в отчете.

Студент, знакомясь с методическими указаниями выполняет работу, обрабатывает результаты и защищает данную работу. В ходе защиты студент должен показать теоретические знания и умение проводить эксперимент.

Лабораторная работа 1

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСИМАЛЬНОГО НАПРЯЖЕНИЯ И НАПРЯЖЕНИЯ РАЗРУШЕНИЯ В ОБРАЗЦАХ ПРИ СЖАТИИ

Цель работы. Изучение процесса сжатия образцов из пластичного и хрупкого материалов.

Работа проводится на прессе типа ВК-18.

1.1. Краткая теория

При сжатии цилиндрика или кубика из пластичного материала при напряжениях ниже предела пропорциональности и текучести материал ведет себя так же, как при растяжении. Величины предела пропорциональности и модуля упругости для пластичных материалов при сжатии и растяжении примерно одинаковы.

После перехода за предел пропорциональности появляются заметные остаточные деформации, выражающиеся в укорочении образцов и увеличении поперечного сечения. Вследствие трения между опорными плитами пресса и основаниями образца ослабевают поперечные деформации материала у торцов образца, и он принимает бочкообразную форму [2].

По мере увеличения площади поперечного сечения приходится для дальнейшей деформации все более увеличивать нагрузку, образец продолжает сжиматься, обращаясь в лепешку, и дальнейшее испытание ограничивается возможностями машины. Поэтому предел прочности при сжатии для такого ряда материалов найден быть не может.

Образцы из хрупких материалов при сжатии разрушаются, распадаясь на части, так же, как и при растяжении при весьма малых деформациях

Диаграмма напряжений для пластичных материалов, получающихся при сжатии, позволяет выявить предел пропорциональности – $\sigma_{пр}$, предел текучести – σ_y и предел прочности – $\sigma_{ис}$. Для хрупких материалов процесс деформации при сжатии протекает резко отлично: предел упругости, предел пропорциональности и предел текучести установить невозможно. Определяется лишь предел прочности (рис. 1.1).

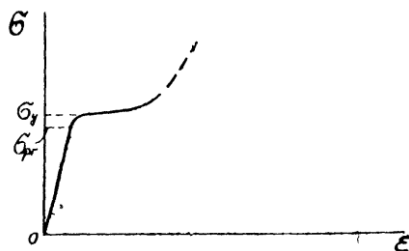


Рис. 1.1. Диаграмма напряжения при сжатии для пластичного материала (малоуглеродистая сталь)

1.2. Описание установки

Работа проводится на прессе типа ВК-18 (лабораторный пресс для определения сопротивления сжатию конструкционных материалов). Привод пресса – ручной (рис. 1.2).

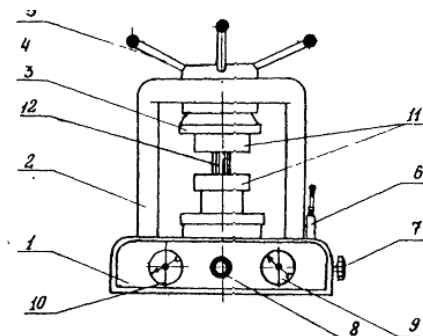


Рис. 1.2. Пресс ВК-18

Пресс снабжен двумя измерительными манометрами, позволяющими проводить испытания в двух измерительных пределах, пресс состоит из чугунной подставки 1, которая служит одновременно маслобаком. В подставке осажена стальная отливка 2, которая является цилиндром высокого давления. Подставка соединена траверсой, в которой находится нажимной болт 4. Рабочий поршень 11 выдвигается снизу вверх, воздействуя на образец. В нажимном болте 4 шарнирно закреплена верхняя нажимная пята 3. Нажимной болт закручивается рукоятками 5.

На передней панели корпуса находится: 10 – манометр измерительного предела (10 МПа), 8-клапан отключения манометра 10.

Клапан 8 находится в закрытом положении, и маховик клапана снят во избежание случайного открытия клапана при давлении, превышающем предел измерений манометра 10.

9 – манометр измерительного предела (60МПа) постоянно соединен с цилиндром высокого давления.

Оба манометра снабжены пассивными стрелками, которые перед началом опыта устанавливаются на «0». С правой стороны корпуса находится запорноспускной клапан 7. Пресс снабжен насосом, пускаемым в ход ручным рычагом.

На рис. 1.3 представлена схема ручного гидравлического пресса ВК-18.

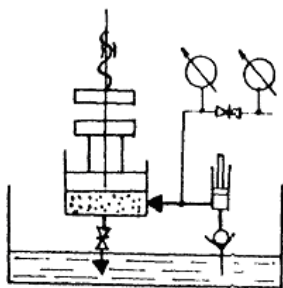


Рис. 1.3. Принципиальная схема пресса ВК-18

1.3. Порядок проведения работы

1. Снять размеры образцов с помощью штангенциркуля и записать их в табл. 1.1.

2. Поместить образец между нажимными плоскостями, предварительно установив сверху и снизу образца подложки из прочной стали. Выдерживать соосность установки образца и подложек.

3. Нажимным болтом 4 опустить верхнюю пяту 3 до упора, придерживая образец от смещения с центра, при этом клапан 7 должен быть открыт. Затянуть болт максимально возможным усилием.

4. Закрыть клапан 7.

5. Установить пассивную стрелку на «0».

6. Закачать масло в рабочий цилиндр рычагом 6.

При испытании образцов давление в цилиндре не должно превышать 30 МПа. При сжатии образца фиксировать максимальное давление.

Данные занести в табл. 1.1.

Таблица 1.1

Теоретические и экспериментальные данные

Материал образца	Пластичный	Хрупкий
Размеры, мм		
Максимальные показания манометра, q , МПа		
Сила, действующая на образец, F , кН		
Максимальное напряжение пластического материала, σ , МПа		
Предел прочности для хрупкого материала, $\sigma_{ис}$, МПа		
Рисунок образца после опыта		

Диаметр рабочего поршня $D = 170$ мм.

Сила, действующая на образец, вычисляется по формуле:

$$F = A_n \cdot q,$$

где q – давление в рабочем цилиндре (Па);

A_n – площадь поршня (m^2);

Напряжение в образце вычисляется по формуле:

$$\sigma = \frac{F}{A_{об}},$$

где F – сила, действующая на образец (Н);

$A_{об}$ – площадь сечения образца (m^2).

Контрольные вопросы

1. Отчего возникает бочкообразность образца и как её можно избежать?
2. Под каким углом проходит плоскость скалывания хрупкого образца, и какие напряжения действует в этой плоскости?
3. За счет чего получается выигрыш в силе в гидравлическом прессе?
4. Как деформируется образец, если напряжение в нем не превышает предела пропорциональности?

Лабораторная работа 2 ОПРЕДЕЛЕНИЕ УГЛОВ ЗАКРУЧИВАНИЯ ПОЛОГО ВАЛА

Цель работы: определение опытным путем углов закручивания полого вала, защемленного одним концом, и сравнение их с теоретическими расчетами [1].

2.1. Описание установки СМ2М

Основу установки составляет цилиндрический стальной вал, жестко заделанный одним концом в станину установки. На свободном конце вала укреплена прямоугольная планка в горизонтальном положении. С одной стороны на планке находится гиревой подвес, который можно перемещать вдоль планки для изменения плеча момента. С другой стороны к планке прикреплен трос, перекинутый через роликовый блок. К концу троса также прикреплен гиревой подвес (рис. 2.1).

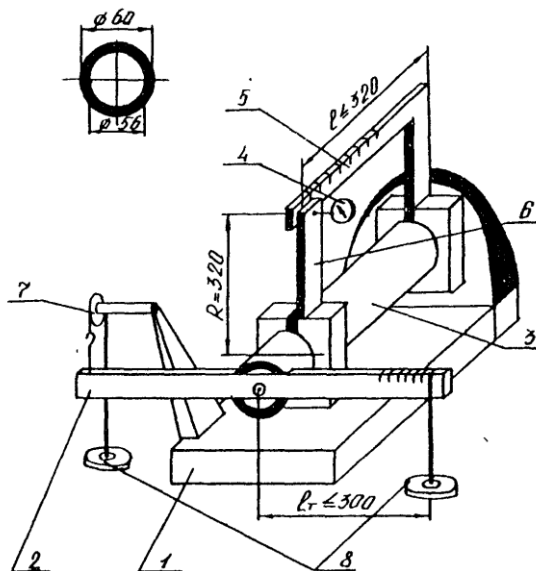


Рис. 2.1. Лабораторная установка СМ2М:

- 1 – станина; 2 – плечо нагрузочного момента; 3 – цилиндрический вал;
- 4 – индикатор; 5 – линейка; 6 – стойка индикатора; 7 – роликовый блок;
- 8 – гиревые подвесы

Непосредственно на валу укреплены стойка о линейкой. Со стороны свободного конца вала с помощью зажима укреплена стойка индикатора, которая может перемещаться вдоль вала.

На стойке укреплен индикатор, ножка которого упирается в линейку, по которой отсчитывается длина вала l .

2.2. Порядок проведения работы

1. Записать в таблицу данные расчетной схемы, т.е. длину скручиваемого участка вала и длину плеча прикладываемого момента l ,
2. Установить стрелку индикатора на «0»,
3. Давая одинаковые приращения нагрузок на каждый гиревой подвес (по 5 кг), произвести 3–4 погружения, регистрируя после каждого погружения показания индикатора,
4. По окончании опыта вал разгрузить,
5. Используя показания индикатора, определить практический угол закручивания по формуле:

$$\varphi_{np} = \frac{S}{R} \text{ (рад)},$$

где S – показания индикатора (м);

$R = 0,32$ радиус плеча индикатора (м).

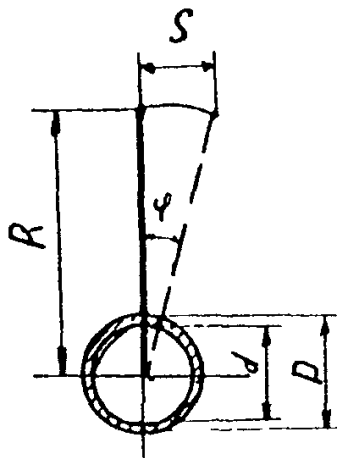


Рис. 2.2. Положение стойки индикатора до деформации вала (1) и после (2)

S – перемещение ножки индикатора (рис. 2.2).

2.3. Теоретический расчет деформации вала

Величину угла закручивания вала можно определить по закону Гука:

$$\varphi = \frac{T \cdot l}{G \cdot I_p} \quad (\text{рад}),$$

где T – момент, приложенный к валу (Н×м), определяется как

$$T = F(0,3 + l_1);$$

где l – длина участка вала, на котором определяется угол закручивания, м;
 $G = 8 \times 10^{10}$ – модуль сдвига, Па;

$$I_p = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32} \quad \text{– полярный момент инерции, м}^4;$$

$$D = 6 \cdot 10^{-2} \text{ м}; \quad d = 5,4 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

Результаты расчета записать в табл. 2.1.

Определить относительную ошибку расчетов по формуле:

$$\Delta = \frac{\varphi - \varphi_{np}}{\varphi} \cdot 100\%.$$

Таблица 2.1

Теоретические и экспериментальные данные

№	F, Н	T, Н*м	l_1 , м	l , м	S, м	φ_{np} , рад	φ , рад	Δ , %
1								
...								
п								

Контрольные вопросы

1. Каково соотношение между модулем сдвига и модулем упругости первого рода?
2. Как определить максимальное касательное напряжение, которое возникает в результате опыта?
3. Вывести формулу для практических расчетов угла закручивания.
4. Какую максимальную нагрузку можно приложить на оба подвеса одновременно, если $\tau_{adm} = 50$ МПа?
5. Какую максимальную нагрузку можно приложить на один подвес, если $\sigma_{adm} = 100$ МПа?

Лабораторная работа 3

ПРОВЕРКА ТЕОРЕМЫ О ВЗАИМНОСТИ РАБОТ И ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

Цель работы: пользуясь понятием потенциальной энергии, экспериментально установить зависимость между перемещениями в различных сечениях нагруженной балки.

3.1. Краткая теория

Упругие системы, к которым относятся сооружения и их составные части, под действием внешних сил деформируются, а при разгрузке вновь возвращается в начальное состояние. Внешние силы при этом совершают работу, превращающуюся в потенциальную энергию системы.

Работа внешних сил считается равной суммарной работе внутренних сил, деформирующих элементарные объемы тела. Работа внутренних сил численно равна работе внешних сил и противоположна по знаку. Таким образом, задача определения энергии деформации сводится к вычислению работы внешних сил [1].

Используя понятий работы, затраченной на деформацию, можно получить весьма удобный общий метод определения перемещений стержней и стержневых систем при любых нагрузках. Этот метод основан на теоремах о взаимности работ и перемещений, которые относятся к числу общих теорем сопротивления материалов. Они вытекают из принципа независимости действия сил и применимы к тем системам, для которых этот принцип соблюдается.

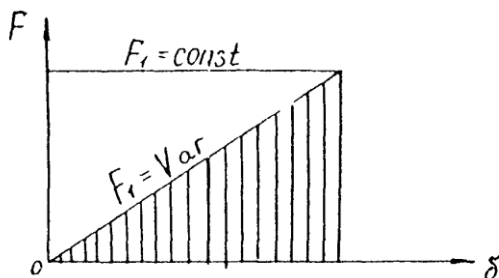
Рассмотрим линейно деформируемую систему в виде простой балки, в которой последовательно статически приложены две обобщенные силы F_1 и F_2 (рис. 3.2). Определим работу, которую совершают силы F_1 и F_2 при прямом и обратном порядке их приложения, применим следующий порядок нагружения (рис. 3.2,а). Сначала в сечении 1-1 приложим силу F_1 . Она совершит работу

$$A_{11} = \frac{1}{2} F_1 \Delta_{11}.$$

Цифры индекса в обозначении работы A_{11} указывают: первая – силу, совершающую работу, вторая – силу, вызывающую перемещение, на котором была произведена работа. Цифры индекса перемещения указывают: первая – место в направлении перемещения, вторая – силу, вызвавшую перемещение.

Коэффициент $1/2$ в формуле введен потому, что деформация при постепенном возрастании силы от 0 до F_1 возрастает также постепенно от 0 до \max /теорема Клайперона/. Графическая интерпретация теоремы

отчетливо показывает различие в работах постоянной и возраставшей сил на одной и той же деформации. Работа измеряется площадью под кривой изменения силы.



3.1. Графическая интерпретация теоремы Клайперона

После этого в сечении II-II приложим силу F_2 (рис. 3.2,а). Она совершит работу:

$$A_{22} = \frac{1}{2} F_2 \Delta_{22}.$$

При этом сечение I-I в результате действия силы F_2 также переместится. Одновременно совершит работу и сила F_1 , так как под воздействием силы F_2 сечение I-I переместилось. Работа силы в этом случае

$$A_{12} = F_1 \Delta_{12}.$$

Сила F_1 при совершении работы A_2 имеет полное свое значение, поэтому в ее выражении множитель выпадает. Работу внешних и внутренних сил на возможном перемещении называют виртуальной работой перемещения, содержащей в своем обозначении два одинаковых индекса, так, например, Δ_{11} , Δ_{21} называют главными перемещениями, а перемещения вида Δ_{12} , Δ_{21} – побочными.

В итоге получим сумму работ при прямом порядке приложения сил, которая выражает потенциальную энергию U_1 деформации системы:

$$A_1 = U_1 = A_{11} + A_{22} + A_{12} = \frac{1}{2} F_1 \Delta_{11} + \frac{1}{2} F_2 \Delta_{22} + F_1 \Delta_{12}. \quad (3.1)$$

Теперь изменим порядок приложения сил, т.е. сначала приложим силу F_2 , а затем F_1 рис. 3.1, б. Тогда полная работа, произведенная ими:

$$A_2 = U_2 = A_{22} + A_{11} + A_{12} = \frac{1}{2} F_2 \Delta_{22} + \frac{1}{2} F_1 \Delta_{11} + F_2 \Delta_{21}. \quad (3.2)$$

Приравняв выражения (3.1) и (3.2), находим, что

$$F_1 \Delta_{12} = F_2 \Delta_{21}. \quad (3.3)$$

Выражение (3.3) формулируется так: работа первой силы на перемещении, вызванном второй силой, равна работе второй силы на перемещении, вызванном первой силой. Оно отражает теорему о взаимности работ внешних сил – теорему Бетти, причем остается справедливым и для тех случаях, когда к балке последовательно приложены не две силы, а система сил. Теорема о взаимности работ остается справедливой и для любой другой внешней нагрузки, распределенной, внешних моментов.

Теоремы о взаимности работ и перемещений весьма полезны, так как во многих случаях позволяют значительно упростить решение многих задач сопротивления материалов, в частности там, где рассматриваются общие вопросы раскрытия статической неопределенности систем.

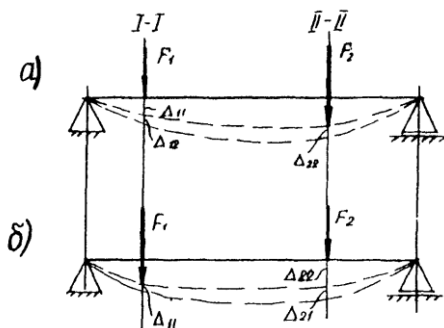


Рис. 3.2. Схема прямого (а) и обратного (б) нагружений

3.2. Порядок проведения работы

1. Установить индикаторные стойки в двух произвольно взятых сечениях балки и в тех же сечениях установить подвесы,
2. Нагрузить балку в сечении 1–1 нагрузкой F_1 ,
3. По показаниям индикатора определить величину прогиба в сечении 11–11 – Δ_{21} ,
4. Разгрузить балку,
5. Нагрузить балку в сечении 11–11 нагрузкой F_2 ,
6. По показаниям индикатора определить величину прогиба в сечении 1–1 – Δ_{12} .
7. Разгрузить балку,
8. Произвести три опыта при различных схемах нагружения,
9. Произвести проверку теоремы о взаимности работ и перемещений, убедившись в справедливости равенства

$$F_1 \Delta_{12} = F_2 \Delta_{21}. \quad (3.4)$$

Контрольные вопросы

1. Как формулируется теорема о взаимности работ и перемещений?
2. К каким системам применимы теоремы о взаимности работ и перемещений?
3. Что такое работа силы?

Лабораторная работа 4 ПРИНЦИП НЕЗАВИСИМОСТИ ДЕЙСТВИЯ СИЛ

Цель работы: проверить опытным путем принцип независимости действия сил.

4.1. Краткая теория

Результат воздействия системы нагрузок на конструкцию равен сумме результатов воздействия каждой нагрузки в отдельности.

Это положение носит название принципа независимости действия сил. Оно применимо в тех случаях, когда могут быть использованы закон Гука и предпосылка о малости деформаций, так как является их следствием [2].

Принцип независимости действия сил не распространяется на работу высших и внутренних сил и на потенциальную энергию.

Под «результатом воздействия» понимают деформации или напряжения.

4.2. Порядок проведения работы

1. Установить индикаторные стойки и гиревые подвесы в 2-х произвольно взятых сечениях балки (1-1 и II-II) (рис. 4.1).

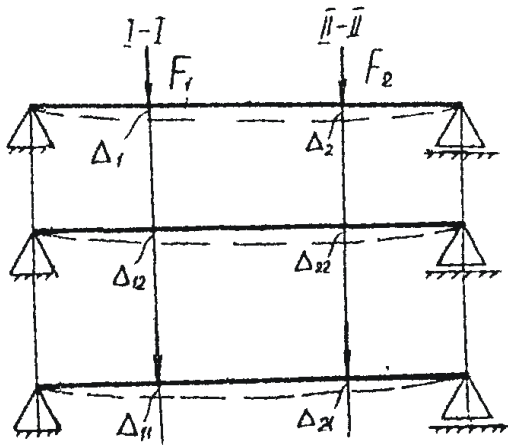


Рис. 4.1. Схема нагружения балки

2. Выставить индикаторы на «0».
3. Оба подвеса нагрузить гирями разной массы.

4. Произвести отсчет по индикаторам от одновременного действия грузов F_1 и F_2 .
 5. Балку разгрузить.
 6. Установить груз F_2 в сечении 11-11 ($F_1 = 0$).
 7. Произвести отсчет прогибов Δ_{12} и Δ_{22} под действием груза F_1 .
 8. Балку разгрузить.
 9. Установить груз F_1 в сечении 1-1 ($F_2 = 0$).
 10. Произвести отсчет прогибов Δ_{11} и Δ_{21} под действием груза F_2 .
 11. Разгрузить балку.
- Проверить принцип независимости действия сил по формулам:

$$\Delta_1 = \Delta_{12} + \Delta_{11},$$

$$\Delta_2 = \Delta_{21} + \Delta_{22}.$$

Опыт повторяется не менее трех раз, для разных схем нагружения.

Контрольные вопросы

1. Как формулируется принцип независимости действия сил?
2. К каким величинам применяется данный принцип?

Лабораторная работа 5

ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИИ КОНСОЛЬНОЙ БАЛКИ ПРИ ПРЯМОМ ИЗГИБЕ

Цель работы: определить экспериментально прогибы и углы поворота сечений консольной балки и сравнить их с теоретическими значениями.

5.1. Краткая теория

Для элементов конструкций и деталей машин очень важное значение имеет жесткость. В ряде случаев для некоторых деталей машин, испытывающих изгибающие нагрузки, расчет на жесткость не менее важен, чем расчет на прочность [1].

Значительные прогибы валов приводят к нарушению зацепления в зубчатой передаче, недопустимым перекосам колец подшипников в местах износа валов, что способствует преждевременному изнашиванию зубьев и быстрому выходу из строя подшипников. Поэтому, производя соответствующие расчеты на жесткость, всегда следует выбирать такие поперечные размеры изгибаемого элемента, чтобы упругие деформации не превосходили допусковых. При изгибе деформация балки характеризуется следующими параметрами:

U – перемещением точки "0" центра тяжести сечения по направлению, нормальному к оси балки, или так называемым прогибом f ;

Θ – углом поворота сечения балки, измеряемым углом наклона касательной к изогнутой оси балки упругой линии (рис. 8).

Аналитически деформации балок чаще всего определяют, интегрируя приближенное дифференциальное уравнение упругой линии

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = M_x, \quad (5.1)$$

где EI – жесткость балки при изгибе;

M_x – изгибающий момент в расчетном сечении бруса.

Проинтегрировав уравнение (5.1), получают уравнение углов поворота сечений

$$\frac{dy}{dx} = \Theta = \frac{1}{EI} \int M_x dx + C_1. \quad (5.2)$$

Интегрируя повторно уравнения прогибов:

$$y = f = \frac{1}{EI} \int dx \int M_x dx + C_{1x} + C_2. \quad (5.3)$$

Для консольной балки (рис. 5.1) уравнение углов поворота, после подстановки в подинтегральное выражение M_x и определения постоянных интегрирования C_1 и C_2 , принимает вид:

$$\Theta = \frac{F}{EI_z} \left(l \cdot x - \frac{x^2}{2} \right), \quad (5.4)$$

где Θ – угол поворота сечения балки, рад;

F – сила, приложенная к свободному концу балки, Н;

l – длина балки, м;

x – расстояние от заделки до расчетного сечения, м;

E – модуль упругости первого рода, Па;

I_z – осевой момент инерции поперечного сечения балки относительно нейтральной оси z , м⁴.

Уравнение прогибов после соответствующей подстановки:

$$f_x = \frac{F}{EI_z} \left(l \cdot \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right), \quad (5.5)$$

где f_x – прогиб.

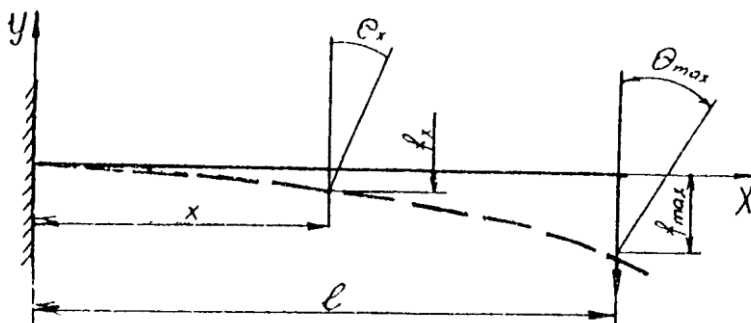


Рис. 5.1. Расчетная схема консольной балки

Наибольший угол поворота Θ_{\max} и наибольший прогиб f_{\max} возникают в конечном сечении балки в точке приложения силы F , т.е. при $x=l$ (теоретические значения) определяются по формулам

$$\Theta_{\max} = \frac{Fl^2}{2EI_z},$$

$$f_{\max} = \frac{El^3}{3EI_z}.$$

5.2. Порядок проведения работы

1. Установить индикаторы в местах, намеченных для измерения перемещений и углов поворотов (рис. 5.2).
2. Установить стрелки всех индикаторов на "0".
3. Давая одинаковые приращения ΔF , произвести 3-6 нагружений балки. После каждого нагружения по индикаторам фиксировать соответствующие прогибы и углы поворотов сечения.
4. Разгрузить балку в обратной последовательности.
5. Досчитать средние арифметические приращения прогибов $\Delta f_{cp.}$ и углов поворотов сечения $\Delta \Theta_{cp.}$. По формуле (5.6) показания нижнего индикатора в мм перевести в радианы.
6. По соответствующим формулам определить теоретические значения прогибов углов поворота сечения при нагрузке, равной F .
7. Определить расхождение между экспериментальными и теоретическими значениями прогибов и углов поворота сечений по формулам:

$$\Delta = \frac{\Delta f_2 - \Delta f_m}{\Delta f_m},$$
$$\Delta = \frac{\Delta \Theta_2 - \Delta \Theta_m}{\Delta \Theta_m}.$$

Прогиб фиксируется непосредственно по шкале верхнего индикатора, но для определения углов поворота следует учесть, что перемещение S стержня 4 связано с углом поворота Θ и длиной стержня d формулой:

$$S = d \cdot tg\Theta.$$

Так как углы поворотов сечения при упругих деформациях малы, то примем

$$tg\Theta = \Theta,$$

тогда

$$S = d \cdot \Theta,$$

или

$$\Theta = \frac{S}{d}, \quad (5.6)$$

где S – отсчет показания индикатора, мм;

d – длина стержня, мм. (Значения угла поворота в радианах).

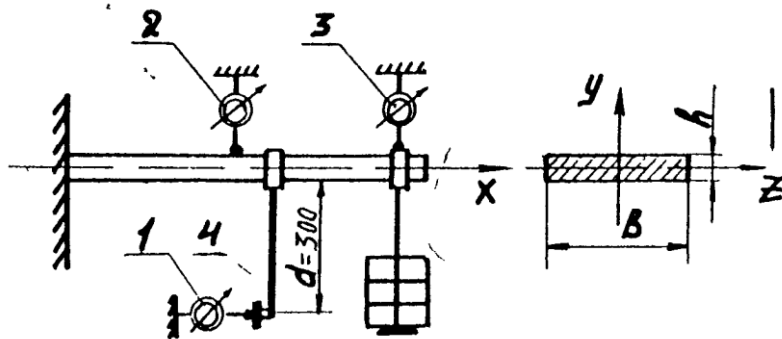


Рис. 5.2. Схема установки

Размеры поперечного сечения балки 10×50 мм. Результаты испытания занести в табл. 5.1.

Таблица 5.1

Сила	Показания индикатора		Прогибы (мм)			Углы поворота (рад)			Относит. ошибка (%)	
	П ₁	П ₂	f _{экс.}	f _{теор.}	F _{max}	Θ _{экс.}	Θ _{теор.}	Θ _{теор.} ^{max}	Δf	ΔΘ
F										

$$I_z = \frac{bh^3}{12};$$

$$E_{cm} = 2,5 \times 10^5 \text{ МПа}$$

Контрольные вопросы

1. Какими параметрами характеризуется деформация балки?
2. В чем состоит аналитический способ определения деформации балок?
3. Какая геометрическая характеристика влияет на жесткость балок?

Лабораторная работа 6 ДЕФОРМАЦИИ КОНСОЛЬНЫХ БАЛОК ПРИ КОСОМ ИЗГИБЕ

Цель работы: определить экспериментально максимальные прогибы консольной стальной балки прямоугольного сечения при косом изгибе и сравнить их с теоретическими (расчетными) значениями. Определить положение нейтральной линии поперечного сечения и расхождение теоретических и экспериментальных результатов [4].

6.1. Краткая теория

Балки испытывает косой изгиб, если плоскость действия внешних усилий не совпадает ни с одной из главных плоскостей. Разложив внешнее усилие на составляющие, направленные по главным осям поперечного сечения, можно использовать принцип суперпозиций и рассматривать косой изгиб как совокупность двух прямых изгибов, происходящих в двух взаимно перпендикулярных главных плоскостях. Нейтральная линия сечения в случае косоугольного изгиба – прямая, не перпендикулярная к силовой линии (силовая линия – линия пересечения плоскостей сечения и действия усилия).

Для определения прогибов при косом изгибе также используют принцип суперпозиции. Полный прогиб равен геометрической сумме прогибов, имеющих место в направлении главных осей. При косом изгибе направление полного прогиба перпендикулярно нейтральной линии сечения и не совпадает с силовой линией (поэтому изгиб называется косым).

6.2. Описание установки

Работа проводится на установке типа СМ8М (рис. 6.1). В вертикальной стойке опоры 1 консольно заделана стальная балка 2 прямоугольного сечения (7×82). Балка до опыта может быть повернута рукояткой 3 на заданный угол (угол устанавливается по шкале) и зафиксирована в этом положении маховичком 4. Вдоль балки перемещается подвес на шарикоподшипнике 5, на который помещаются грузы, создающие вертикально действующую силу, в свою очередь создающую нагибающие моменты в сечениях балки. Плечо момента определяется по шкале, нанесенной на балке.

На свободном конце балки закреплена втулка 6 с кольцевым ножевым упором и иглой по оси балки. Измерения горизонтальной и вертикальной составляющих полного прогиба свободного конца балки (в

плоскости ножевого упора) производится двумя индикаторами часового типа 7 и 8 (цена деления – 0,01 мм), снабженными удлинителями 9, тарелки которых опираются на лезвие кольцевого ножевого упора. Прогибы свободного конца балки можно наблюдать и приблизительно оценивать по перемещению конца иглы на прозрачной шкале с делениями 10.

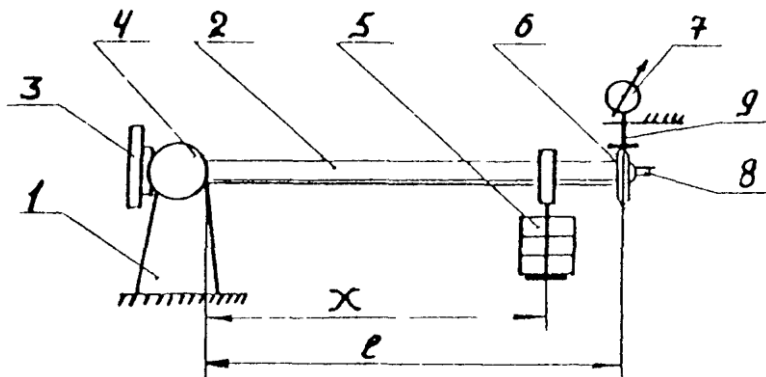


Рис. 6.1. Экспериментальная установка СМ8М

6.3. Проведение эксперимента

1. Составить по указанию преподавателя расчетную схему, соответствующую ей величину плеча нагрузочного момента установить по шкале на балке, установить угол поворота балки.

2. Установить отрезки индикаторов на нуль и произвести 8-4 нагружения исследуемой балки последовательно.

3. После каждого нагружения регистрировать по шкалам индикаторов величины прогибов свободного конца балки в вертикальном и горизонтальном направлениях f_{y1} и f_{z1} .

4. Аналогично, по ступеням, разгружать балку и вновь регистрировать прогибы

5. Вычислить полный прогиб $f_s = \sqrt{f_{y1}^2 + f_{z1}^2}$.

6. Определить положение нейтральной оси сечения – ось направлена перпендикулярно полному прогибу через центр сечения.

6.4. Определение теоретических величин прогибов

В основу расчета полного прогиба при косом изгибе кладется принцип суперпозиции и результаты определения составляющих полного прогиба в каждой из главных плоскостей.

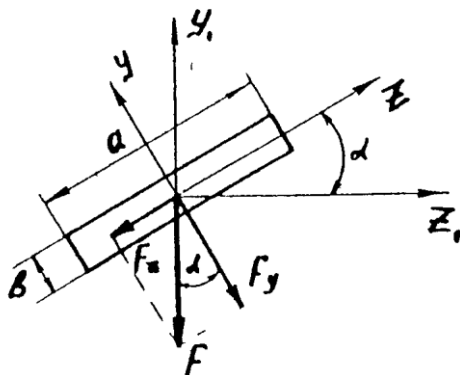


Рис. 6.2. Схема положения консольной балки

Осевые составляющие силы F :

$$F_y = F \cdot \cos \alpha; \quad F_z = F \cdot \sin \alpha,$$

где F – нагрузка на подвесе;

α – угол поворота балки.

Величины прогибов в главных плоскостях могут быть определены по формулам, полученным интегрированием приближенного уравнения упругой линии для консольной балки:

$$f_y = \frac{F_y x^2}{EI_z} \left(\frac{x}{6} - \frac{l}{2} \right) = \frac{F_y x^2}{EI_z} \cdot \frac{x-3l}{6};$$

$$f_z = \frac{F_z x^2}{EI_y} \cdot \frac{x-3l}{6},$$

где l – длина балки от заделки до ножевого упора, м;

x – расстояние от заделки до точки подвеса груза, м;

$I_y = \frac{ba^3}{12}$ – момент инерции сечения относительно оси y , м⁴;

E – модуль упругости 1 рода для стали, Па;

$$I_z = \frac{ab^3}{12} - \text{момент инерции сечения относительно оси } z, \text{ м}^4;$$

Полный прогиб подсчитывается по формуле

$$f_m = \sqrt{f_{y_m}^2 + f_{z_m}^2}.$$

Угол между нейтральной линией NN и главной центральной осью поперечного сечения В определится по формуле:

$$\text{tg } \beta = \frac{I_z}{I_y} \cdot \text{tg } \alpha.$$

6.5. Результаты эксперимента

Результаты эксперимента свести в табл. 6.1 и сопоставить их с результатами теоретического расчета. Построить по результатам гра перемещения центра тяжести сечете балки под действием нагрузки в плоскости сечения и графики зависимости полного прогиба (теоретического и экспериментального) от величины приложенной нагрузки.

Таблица 6.1

№ п/п	Нагрузка F, Н	Эксперимент			Теоретич. расчет			Приращение нагрузки ΔF Н	Приращение прогибов, мм	
		f_{y1}	f_{z1}	$f_{\text{экс}}$	f_y^m	f_z^m	$f_{\text{теор}}$		$\Delta f_{\text{э}}$	$\Delta f_{\text{теор.}}$
		мм	мм	мм	мм	мм	мм			

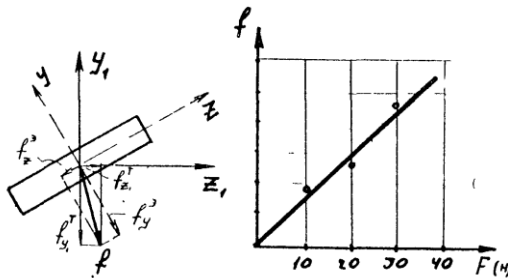


Рис. 6.3. Деформации консольной балки

Расхождение между теоретическими и экспериментальными данными определить (в %) для каждого значения нагрузки как отношение разности экспериментального и теоретического прогибов к полному теоретическому прогибу для данной нагрузки.

Контрольные вопросы

1. Что такое главная плоскость?
2. От чего зависит величина прогиба по направлениям главных осей и в каком случае эти составляющие будут равны?
3. Что такое кривой изгиб?
4. Почему не совпадают плоскости действия нагрузки и полных деформаций?

Лабораторная работа 7

ИСПЫТАНИЕ ВИНТОВОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПРУЖИНЫ С МАЛЫМ ШАГОМ ВИТКА

Цель работы: по данным эксперимента построить характеристику пружины (зависимость между осадкой пружины и осевой силой), сравнить опытную и расчетную осадки пружины.

7.1. Краткая теория

Для пружины с малым шагом витка $\frac{d}{2D} \leq 1$, а угол подъема витка $\alpha < 5^\circ$, где D – средний диаметр пружины, d – диаметр проволоки пружины. Из-за наклона в поперечном сечении проволоки возникают продольная сила и изгибающий момент, но для принятого α эти усилия невелики и ими можно пренебречь.

Осадкой пружины называют разность между высотами пружины после и до деформации. Её удобно определять энергетическим методом, приравнивая работу W статически приложенной силы F потенциальной энергии деформации пружины. Работа внешних сил $W = F\delta/2$, где δ – осадка пружины. Потенциальная энергия накапливается в основном за счет кручения прутка и может быть вычислена по формуле

$$U = \frac{1}{2} \cdot \frac{T^2 l}{GI_p}$$

Учитывая, что крутящий момент в проволоке $T = FD/2$ и полярный момент инерции ее сечения $I_p = \frac{\pi d^4}{32}$ по длине проволоки не изменяется, а длина проволоки $l \cong \pi d n$, где n – число витков пружины.

Получаем:

$$U = \frac{1}{2} \cdot \frac{(FD/2)^2 l}{GI_p} = \frac{F^2 D^2 \pi D n}{8G \pi d^4 / 32} = 4F^2 D^3 n / Gd^4$$

Приравнивая W и U , находим $\frac{F\delta}{2} = 4F^2 D^3 n / Gd^4$,

откуда $\delta = 8FD^3 n / Gd^4$.

Формула одинаково пригодна как для пружины сжатия, так и растяжения, но для первых она справедлива лишь до соприкосновения витков – далее они работают на осевое сжатие как прямой пустотелый

брус. Эта же формула позволяет найти и модуль сдвига G по экспериментальному значению осадки[1].

7.2. Экспериментальная установка

Стенд для испытания включает в себя подвижную опору для пружины, приводимую в движение червячной передачей о ручным приводом от маховичка. Неподвижные опоры соединены о калиброванной консольной пластиной, деформация которой пропорциональна усилию пружины и измеряется индикатором. Осадка пружины определяется по линейке с нониусом (рис. 7.1).

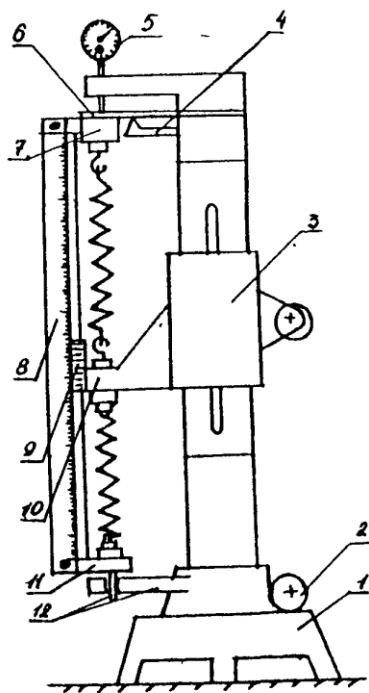


Рис. 7.1. Схема установки:

- 1 – станина; 2 – маховик привода; 3 – муфта регулирования длины пружины; 4 – ограничитель прогиба пружины; 5 – индикатор;
- 6 – калиброванная пружина; 7 – верхняя опора пружины; 8 – линейка;
- 9 – нониус; 10 – подвижная опора пружины; 11 – нижняя опора пружины; 12 – направляющие нижней опоры

7.3. Проведение опыта

1. Установить испытуемую пружину сжатия или растяжения.
2. Вращая маховичок привода, выбирать зазоры, пока не дрогнет стрелка индикатора, что укажет на готовность к снятию характеристики пружины.
3. Зафиксировать начальное положение нониуса и показание индикатора.
4. Задать несколько значений осадки (по линейке) в сторону увеличения нагрузки и для каждого зафиксировать показания индикатора.
5. То же выполнить при разгрузке пружины.
6. Данные испытаний внести в табл. 7.1.

Таблица 7.1

№ п/п	Показание индикатора, мм	Натяжение пружины, Н	Отсчет по линейке, мм	Осадка пружины, мм
1				
2				
3				
...				

7.4. Обработка результатов опыта

По данным таблицы 5 построить характеристику пружины в координатах L-F. По оси абсцисс откладываются значения длин L, а по оси ординат – значения осевого усилия пружины F (рис. 7.2). Значения силы F при различных длинах пружины определяют жесткость пружины

$$C = \frac{\Delta F}{\Delta L}.$$

Задавшись значением модуля упругости второго рода, можно подсчитать значение $\delta_{\text{теор.}}$ и сравнить его с $\delta_{\text{эсп.}}$, полученной экспериментально.

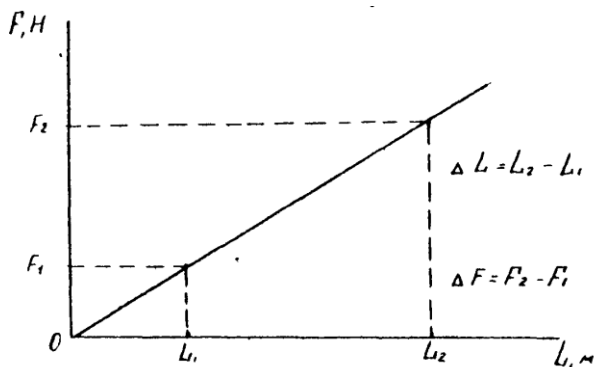


Рис. 7.2. Характеристика пружины

По данным таблицы может быть определено экспериментально значение

$$G = \frac{8FD^3n}{\delta d^4}$$

В число витков не включают половину поджатого крайнего витка (пружина сжатия) или зацеп с изогнутой частью витка (пружина растяжения). Ошибки эксперимента подсчитывается по обычным правилам.

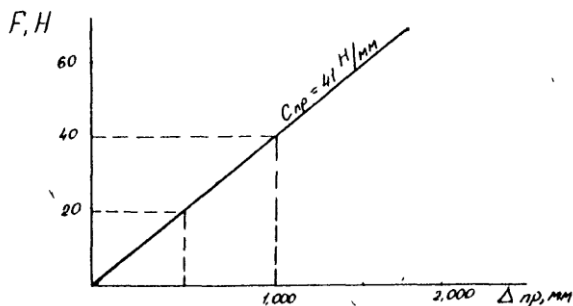


Рис. 7.3. Калибровочный график для стэнда

Контрольные вопросы

1. Что такое характеристика пружины?
2. Как зависит осадка пружины от её конструктивных параметров?
3. Как зависит осадка пружины от упругих свойств материала?
4. Во сколько раз изменится осадка пружины, если диаметр проволоки уменьшить в два раза?

Лабораторная работа 8

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ ЮНГА ПРИ РАСТЯЖЕНИИ РАЗЛИЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Цель работы: оценить значение упругих характеристик при деформации растяжения различных материалов [1].

8.1. Описание установки и метода измерений

Для упругих деформаций справедлив закон Гука, согласно которому натяжение пропорционально относительной деформации

$$\sigma = E \cdot \varepsilon,$$

где σ – натяжение образца; $\sigma = \frac{F}{S}$,

ε – относительное удлинение образца; $\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$,

E – модуль Юнга.

Величина, обратная модулю Юнга, называется коэффициентом упругости K .

$$K = \frac{1}{E}$$

Закон Гука перепишем в виде: $\varepsilon = K \cdot \sigma$.

Коэффициент упругости K , а следовательно и модуль Юнга можно определить из графика зависимости относительного удлинения ε от натяжения σ .

$$\varepsilon = K \cdot \sigma, \quad K = \frac{\varepsilon}{\sigma}.$$

Прежде чем строить график, все измеренные и вычислительные данные нужно занести в таблицу, предварительно переведя их в систему СИ.

Так как зависимость $\varepsilon = K(\sigma)$ линейная, то на графике мы должны получить прямую линию. График выполняется на миллиметровой бумаге. На координатные оси наносят масштаб так, чтобы расстояние между делениями составляло 1, 2... единиц, или эти же цифры, умноженные на $10 \pm n$, где n – целое число. В конце оси указывается откладываемая величина и ее размерность. Для обработки результатов удобно, чтобы кривая была ближе к прямой, наклоненной к оси абсцисс под углом 45° , что достигается выбором масштабов по осям.

Точки на график нужно наносить точно и тщательно, обводя их кружком или другим знаком (рис. 8.1).

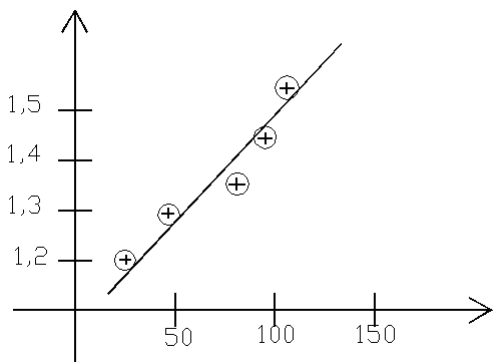


Рис. 8.1

Если можно определить доверительный интервал для данного измерения или приборную ошибку, то этот интервал в масштабе откладывается по обе стороны от точки так, чтобы точка оказалась в центре креста, образованного доверительными интервалами (рис. 8.2).

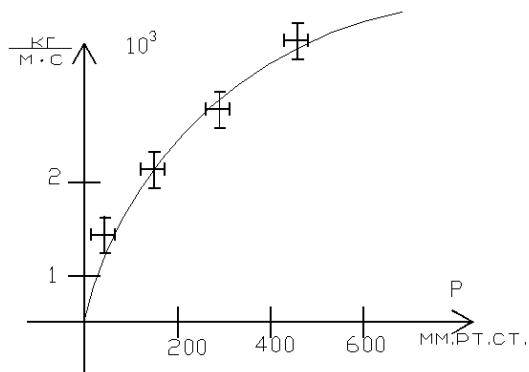


Рис. 8.2

Затем наносится наиболее подходящая плавная кривая с малым числом перегибов, переходящая через доверительные интервалы как можно ближе к нанесенным точкам. На каждом участке графика точки должны располагаться примерно поровну по обеим сторонам кривой. Окончив построение графика пишут заголовок, который должен содер-

жать точное и краткое описание того, что показывает график. Обработка результатов сводится к аналитической зависимости между величинами. Если эта зависимость линейная

$$y = kx + b,$$

то угловой коэффициент K находится как отношение приращения функции к приращению аргумента, взятое по выбранной прямой на возможно большем интервале изменения аргумента

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x}.$$

Определим ошибку в K . Если известны доверительные интервалы, то через их концы проводятся две вспомогательные прямые, параллельные ранее начерченной (рис. 8.3). Крайние точки параллельных прямых соединяют крест-накрест и находят угловые коэффициенты прямых 1 и 2 K_1 и K_2 . Тогда ошибка в K равна примерно: $\Delta k = \frac{|k_2 - k_1|}{2}$.

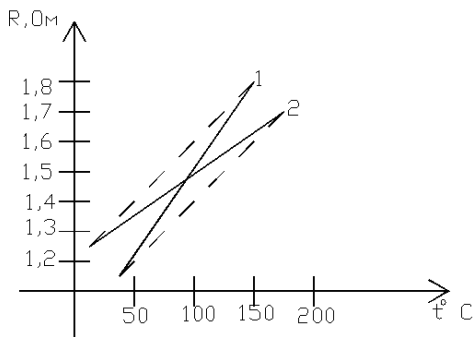


Рис. 8.3

Аналогично определяется ошибка в том случае, когда доверительные интервалы не известны. Вспомогательные прямые при этом проводятся через наиболее удаленные от основной прямой точки.

Более точно можно вычислить угловой коэффициент K и свободный член, если воспользоваться методом наименьших квадратов – МНК, который заключается в нахождении таких значений K и b , при которых среднеквадратичное отклонение экспериментальных точек с координатами X и Y ($I=1, 2, \dots$) от прямой $Y=KX+b$ было бы наименьшим.

Для определения упругих характеристик при деформации напряжения применяют испытательную машину К-5.

Машина *K-5* вертикального исполнения. Ее устройство изображено на рис. 8.4. Верхнюю бабку устанавливают с помощью маховичка 4 по расчетной длине образца и фиксируют рукояткой 5. Затем, поворачивая рукоятку 8 вниз до упора фиксатора, опускают верхний захват. Укрепляют в верхнем и нижнем захватах образец, у которого измерена первоначальная длина L и диаметр D , устанавливают индикатор на нуль, поднимают ручку 8 до упора. Изменяя растягивающую нагрузку F , измеряют с помощью индикатора абсолютное удлинение. Записывают показания индикатора при действии растягивающей нагрузки, равной весу платформы $P=1.2$ кгс. Постепенно увеличивая нагрузку доводят ее до 100 кгс.

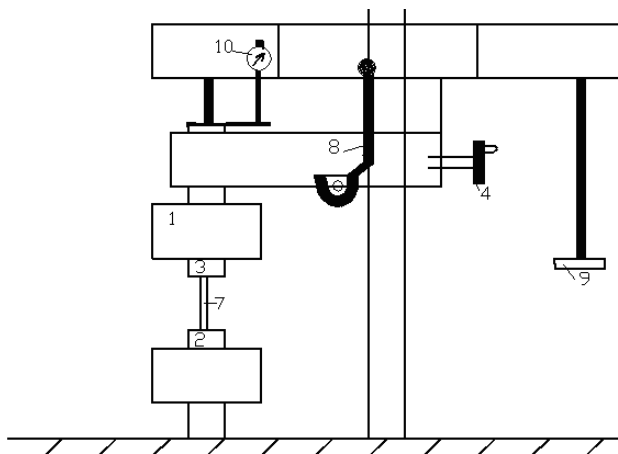


Рис. 8.4

1 – верхняя бабка, 2 – неподвижный нижний захват, 3 – подвижный верхний захват, 4 – маховичок, с помощью которого опускается верхняя бабка, 5 – рукоятка, с помощью которой фиксируется положение бабки, 6 – указатель длины образца, закрепленного в захватах, 7 – образец, 8 – рукоятка для опускания верхнего захвата, 9 – платформа для подвешивания растягивающих грузов, 10 – индикатор удлинения

8.2. Порядок проведения работы

1. Построить графики зависимости относительного удлинения образца ϵ от напряжения σ для трех исследуемых образцов.

2. По данным графиков определить значение коэффициента упругости K и модуля Юнга E .

3. Используя график, найти ошибку ΔK и ΔE хотя бы для одного образца.

Контрольные вопросы

1. Какие силы называются упругими?
2. Что такое деформация? Какие виды деформаций вы знаете?
3. Сформулируйте закон Гука для упругих деформаций.
4. Покажите связь между коэффициентом упругости и модулем Юнга.
5. Как влияет температура на деформацию?

Лабораторная работа 9

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОЧНОСТИ ПОЛОГО ВАЛА ПРИ КРУЧЕНИИ

Цель работы: изучить процесс кручения вала кольцевого сечения, определить значение внутреннего силового фактора – крутящего момента $M_{кр}$, найти максимальное значение касательного напряжения и сравнить его с допускаемым $[\tau_{кр}]$.

9.1. Краткая теория

Кручением называется такой вид деформации, при котором в любом поперечном сечении конструкции возникает только крутящий момент $M_{кр}$.

Конструкция испытывает кручение, когда внутренние усилия в его поперечных сечениях приводятся к парам сил, вызывающих поворот сечений в плоскостях, перпендикулярных к продольной оси конструкции [4].

В сопротивлении материалов расчёты стержневых конструкций, в том числе и валов, производятся по допускаемым напряжениям.

Условие прочности при кручении заключается в том, что наибольшие касательные напряжения от нормативных внешних нагрузок, возникающих в опасном сечении вала, не должно превышать допускаемого напряжения в том опасном сечении. Расчёт производится по формуле:

$$\tau_{\max} = \frac{M_{кр(\max)}}{W_p} \leq [\tau_{кр}], \quad (9.1)$$

где $M_{кр(\max)}$ – наибольший нормативный крутящий момент от внешних нагрузок;

W_p – полярный момент сопротивления сечения круглого вала;

$[\tau_{кр}]$ – допускаемое касательное напряжение материала на кручение.

Для стали:

$$[\tau_{кр}] \approx (0,55 \div 0,60) [\sigma_p],$$

Для чугуна:

$$[\tau_{кр}] \approx (1,0 \div 1,2) [\sigma_p],$$

где $[\sigma_p]$ – допускаемое напряжение на растяжении.

В выражении (1) значение максимального крутящего момента определяют методом сечений после схематизации реальной конструкции.

Опасные сечения определяют при расчёте и при построении эпюра крутящего момента. Значение полярного момента сопротивления сечения сплошного круглого вала рассчитывают по выражению:

$$W_p = \frac{\pi D^3}{16}.$$

Экспериментально установлено, что касательные напряжения, возникающие под действием внешних нагрузок поперечных сечений, при кручении круглого вала распределяются неравномерно. В центре вала значение касательного напряжения равно нулю. Двигаясь от центра по радиусу окружности к поверхности вала, значения касательных напряжений начинают возрастать и достигают своих максимальных значений на его периферии (рис. 9.1).

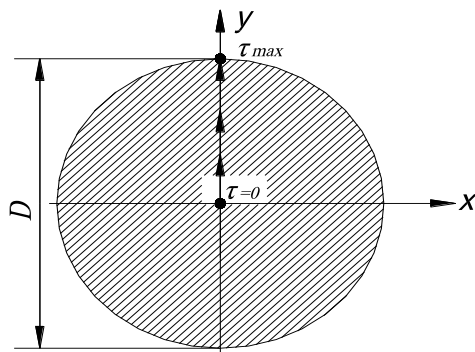


Рис. 9.1

Характер распределения касательных напряжений позволяет сделать вывод, что в центральной части круглого вала их значения пренебрежимо малы, и целесообразно применять валы кольцевого сечения (трубчатые или полые) с удалённой сердцевиной.

Для расчёта максимальных касательных значений допускаемых касательных напряжений справедливы выше приведённые формулы. Следует лишь вместо значений $J_{p\text{ кв}}$ и W_p для сплошного вала подставить их значение для кольцевого сечения:

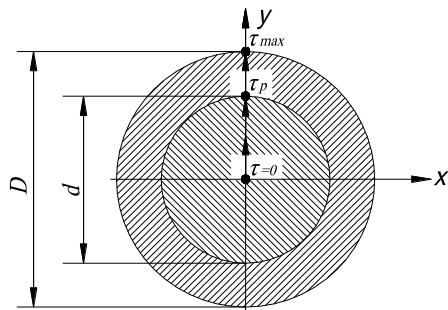
$$J_p \approx 0,1D^4(1-\alpha^4);$$

$$W_p \approx 0,2D^3(1-\alpha^4),$$

где d – внутренний диаметр сечения, в см;

D – наружный диаметр сечения, см.

Разность $(1-\alpha^4)$ характеризует поправку к значениям J_p и W_p для сплошного круглого сечения, вызванную наличием отверстия.



9.2. Описание установки и расчётная схема

Лабораторная работа для определения прочности вала при кручении приводится на лабораторной установке СМ2М (см. лабораторную работу 2). Установка представляет из себя вал кольцевого сечения жёстко закреплённый одним концом. На другой свободный конец вала приложена внешняя пара сил F , вызывающая поворот сечения конструкции в плоскостях перпендикулярных оси вала X .

Расчётная схема для определения расчётного крутящего момента $M_{кр}$ представлена на рис. 9.2.

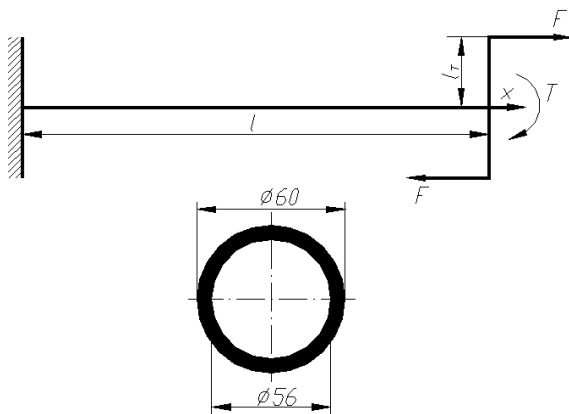


Рис. 9.2

9.3. Порядок проведения работы

1. Ознакомиться с установкой типа СМ2М.
2. Измерить полную длину участка закручивания l .

3. Установить максимальную длину плеча $l_T = 300$ мм
4. Давая одинаковые приращения нагрузки F на каждый гиревой подвес (по 5 кг), произвести не менее трёх нагружений (3 опыта).
5. Определить величину скручивающего момента T для каждого вида нагружения вала $F_1, F_2, F_3 \dots$
6. Используя метод сечений определить величину крутящего момента $M_{кр}$ вала для каждого вида нагружения ($\sum M_{кр} = 0; M_{кр} = T$).
7. Вычислить значение расчётных касательных напряжений $\tau_{расч}$ в каждом из опытов и установить его максимальное значение.
8. Сравнить наибольшее значение τ_{max} из опытов и сравнить его с допускаемым $[\tau_{кр}]$.
9. Результаты опытов и расчёта занести в табл. 9.1.

Таблица 9.1

№ п/п	F, Н	l, м	l _T , м	T, Н·м	M _{кр(x)} , Н·м	$\tau_{расч}$, Н/м ²	[$\tau_{кр}$], МПа
1							
2							
3							

9.4. Расчётные формулы для обработки результатов опыта

Величину скручивающего момента T определяют по формуле:

$$T = F(0,3 + l_T) H \cdot M \quad (9.1)$$

Значение крутящего момента определяется методом сечения относительно оси X:

$$\sum M_{кр(x)} = 0; \quad M_{кр(x)} = T H \cdot M \quad (9.2)$$

Величина касательного напряжения $\tau_{расч}$ рассчитывается согласно зависимости:

$$\tau_{расч} = \frac{M_{кр(x)}}{W_p} H/M^2; \quad (9.3)$$

$$\tau_{max} = \frac{M_{max(x)}}{W_p} H/M^2, \quad (9.4)$$

где W_p – полярный момент сопротивления, м³

$$W_p \approx 0,2D^3(1-\alpha^4) M^3 \quad (9.5)$$

$$\alpha = \frac{d}{D}$$

Величина допускаемого касательного напряжения при кручении $[\tau_{кр}]$ для стали:

$$[\tau_{кр}] \approx (0,55 \div 0,60) \sigma_p \text{ МПа}, \quad (9.6)$$

где $[\sigma_p]_{ст}$ – допускаемое напряжение при растяжении стали.

$$[\sigma_p]_{ст} = 60 \div 250 \text{ МПа}$$

Проверка прочности конструкции вала при кручении определяется зависимостью:

$$\tau_{\max(\text{расч})} \leq [\tau_{кр}] \quad (9.7)$$

Контрольные вопросы

1. Что такое кручение?
2. Как определить значение крутящего момента $M_{кр}$ в сечении вала?
3. Как определить значение касательного напряжения при кручении $\tau_{кр}$?
4. Как распределяются касательные напряжения $\tau_{кр}$ по сечению конструкции вала?
5. Запишите расчётную формулу для определения прочности вала при кручении.

Лабораторная работа 10

ОПРЕДЕЛЕНИЕ $M_{из}$ И Q БАЛКИ, ЛЕЖАЩЕЙ НА ДВУХ ОПОРАХ, ПРИ РАЗЛИЧНЫХ СПОСОБАХ НАГРУЖЕНИЯ

Цель работы: изучить процесс плоского поперечного изгиба, дать оценку чистого и поперечного изгиба, определить значения опорных реакций, получить аналитические и графические значения изгибающих моментов и поперечных сил. С помощью построенных эпюр определить опасные сечения балки при заданных внешних нагрузках и точках их приложения.

10.1. Краткая теория

Изгибом называется такая деформация конструкции, при которой её ось и продольные волокна искривляются под действием сил, перпендикулярных к оси, или пар сил, лежащих в плоскостях, проходящих через её ось.

Если внешние силы или пары сил лежат в одной плоскости, проходящей через ось конструкции и одну из главных центральных осей инерции её поперечного сечения, то изгиб называется **плоским прямым**. При плоском изгибе ось конструкции остаётся в плоскости действия сил, и после деформации. В данной работе будет рассматриваться конструкция в виде прямоугольного бруса. Брус, работающий на изгиб, обычно называется **балкой**.

Изгиб связан с возникновением в поперечных сечениях конструкции двух внутренних силовых факторов – изгибающего момента и поперечной силы.

Если в поперечном сечении конструкции возникает лишь один изгибающий момент, то есть внутренние усилия приводятся к паре сил, плоскость, которая перпендикулярна к поперечному сечению, то изгиб называют **чистым**.

В общем случае наряду с изгибающим моментом в поперечных сечениях конструкции возникает и поперечная сила. Такой изгиб называют **поперечным**.

10.1.1. Изгибающий момент и поперечная сила.

Правило знаков

Опорные реакции балок определяют, составляя для всей балки и решая уравнения статики. Определение опорных реакции необходимо, т.к. при определении внутренних сил ($M_{из}$ и Q) реакции связей учитываются наравне с активными внешними силами, действующими на балку.

Для определения внутренних силовых факторов применяют метод сечений. Балку изображают только одной линией – осью, к которой приложены активные и реактивные силы. Рассмотрим два случая:

1. К балке приложены **две равные и противоположные по знаку пары сил** (рис. 10.1).

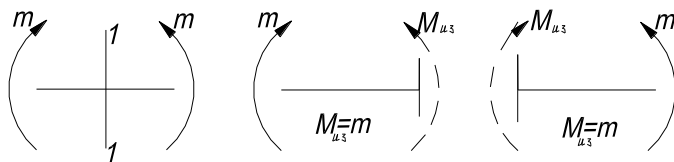


Рис. 10.1

Рассмотрим равновесие части балки, расположенной слева или справа от сечения 1-1. Видим, что во всех поперечных сечениях возникает только изгибающий момент $M_{из}$, равный внешнему моменту m . Таким образом, рассматриваемый случай есть случай **чистого изгиба**.

Изгибающий момент есть результирующий момент относительно нейтральной оси нормальных внутренних сил, действующих в поперечном сечении балки.

2. К балке приложены **активные и реактивные силы, перпендикулярные оси** (рис.10.2).

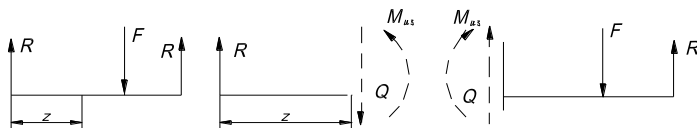


Рис. 10.2

Рассматривая равновесие частей балки, расположенных слева и справа, видим, что в поперечных сечениях должны действовать изгибающий момент $M_{из}$ и поперечная сила Q . Из этого следует, что в рассматриваемом случае в точках поперечных сечений действуют не только нормальные напряжения σ , соответствующие изгибающему моменту, но и касательные τ , соответствующие поперечной силе.

Поперечная сила есть равнодействующая внутренних касательных сил в поперечном сечении балки.

В общем случае при поперечном изгибе изгибающий момент и поперечная сила в разных сечениях могут иметь неодинаковое значение.

У балки, находящейся в равновесии под действием плоской системы сил, алгебраическая сумма моментов всех активных и реактивных сил относительно любой точки равна нулю; следовательно, сумма моментов внешних сил, действующих на балку левее сечения, численно, равна сумме моментов всех внешних сил, действующих на балку правее сечения.

Таким образом, изгибающий момент в сечении балки численно равен алгебраической сумме моментов относительно центра тяжести сечения всех внешних сил, действующих справа или слева от сечения.

У балки находящейся в равновесии под действием плоской системы сил, перпендикулярны оси (т.е. система параллельных сил),

алгебраическая сумма всех внешних сил равна нулю; следовательно, сумма внешних сил, действующих на балку левее сечения, численно равна сумме сил, действующих на балку правее сечения.

Таким образом, **поперечная сила в сечении балки численно равна алгебраической сумме всех внешних сил, действующих справа и слева отсечения.**

Правило знаков статики неприемлемы для установления знаков изгибающих моментов и поперечной силы. В сопротивлении материалов установлены другие правила знаков, а именно:

Если внешняя нагрузка стремится изогнуть балку выпуклостью вниз, то **изгибающий момент** в сечении считается **положительным**, и **наоборот** (рис. 10.3), (**правило дождя**);

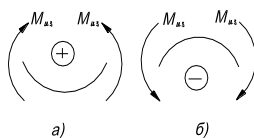


Рис. 10.3

если сумма всех внешних сил, лежащих по левую сторону от сечения, даёт равнодействующую, направленную вверх, то **поперечная сила** в сечении считается **положительной**, и **наоборот**; для части балки расположенной справа от сечения, знаки поперечной силы будут противоположными (рис. 10.4).

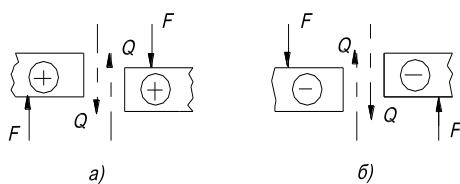


Рис. 10.4

Пользуясь этими правилами, следует мысленно представить себе сечение балки жестко защемленным, а связи – отброшенными и замененными реакциями.

Подчеркнём, что для определения опорных реакций пользуются правилами знаков статики; для определения знаков изгибающего момента и поперечной силы – правилами знаков сопротивления материалов.

10.1.2. Определение значений $M_{из}$ и Q . Построение эпюр

В основу определения изгибающего момента и поперечной силы положен **метод сечений**.

Определение численных значений $M_{из}$ и Q необходимо для проверки балки на прочность или для подбора её сечения. Эта цель достигается путём нахождения опасных сечений (о.с.), где изгибающий момент или поперечная сила достигают максимальных значений. В связи с этим необходимо установить законы изменения $M_{из}$ и Q по длине балки. Наиболее удобно и наглядно представить их графически. С этой целью проводят линию, параллельную оси балки. Её принимают за ось абсцисс, от которой в соответствующих сечениях откладывают в выбранном масштабе значения $M_{из}$ или Q в виде ординат. По найденным точкам строят графики, которые носят название **эпюр изгибающих моментов или поперечных сил**.

Сущность этого способа состоит в том, что для установления закона изменения значений $M_{из}$ или Q по длине балки составляют их аналитические выражения в виде функций от положения сечения, т.е. его абсциссы z .

Условимся начало координат помещать на левом конце балки и координату z отсчитывать по оси балки влево (рис. 10.5а).

После того как составлены уравнения $M(z)$ и $Q(z)$, абсцисс z дают последовательно конкретные значения (буквенные или численные в зависимости от условия задачи), мысленно перемещая сечение балки по

всей длине рассматриваемого участка, и вычисляют соответствующие значения (ординаты) M и Q , откладывая их в принятом масштабе. Таким образом, эпюры M и Q представляют собой графики изменения функции $M(z)$ и $Q(z)$.

10.1.3. Правила построения эпюр

Ординаты эпюры изгибающих моментов $M_{из}$ будем откладывать со стороны растянутых волокон балки. Следовательно, положительные ординаты будут направлены вниз от оси абсцисс, отрицательные – вверх.

Положительные ординаты поперечной силы Q , наоборот, будем откладывать вверх от оси, отрицательные – вниз.

Рассмотрим на одном из примеров определение численных значений $M_{из}$ и Q и построение эпюр по найденным значениям $M_{из}$ и Q (рис. 10.5).

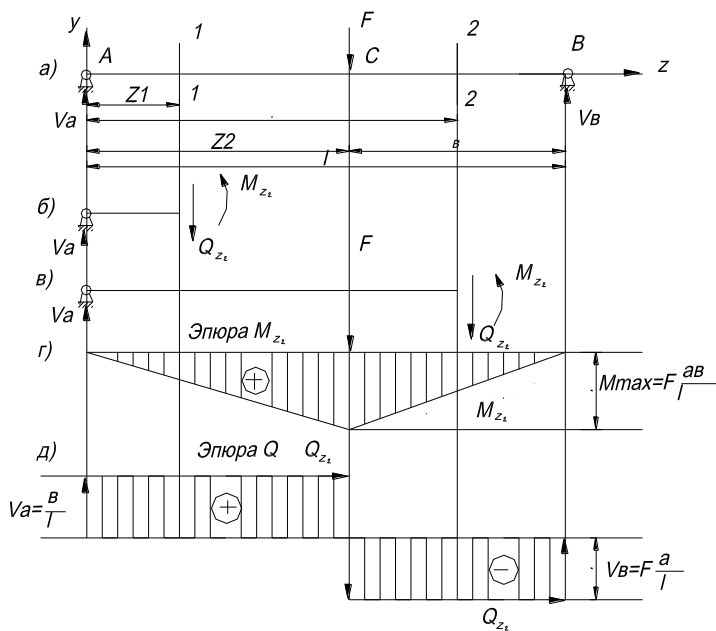


Рис. 10.5

Определение опорных реакций. Поскольку активная внешняя сила F действует вертикально вниз, обе реакции V_a и V_b направлены вертикально вверх.

Так как все силы вертикальны, имеем два условия равновесия:

1) алгебраическая сумма проекции всех сил, действующих на балку, равна нулю $\sum Y = 0$;

2) алгебраическая сумма моментов всех сил относительно центра тяжести любого сечения балки равна нулю $\sum M = 0$;

Воспользуемся вторым условием, оставив первое для последующей проверки найденных реакций:

$$\sum M_a = 0; F_a - V_g l = 0,$$

откуда

$$V_g = F \frac{a}{l};$$

$$\sum M_g = 0; V_a l - F_g = 0,$$

$$V_a = F \frac{g}{l}.$$

Проверка: $\sum Y = 0; V_a - F + V_g;$

$$F \frac{g}{l} - F + F \frac{a}{l} = \frac{F}{l} (-l + a) = 0,$$

т.е. опорные реакции найдены правильно.

Построение эпюры М. Зная реакции, нетрудно составить аналитическое выражение изгибающего момента для любого сечения балки.

Помещая начало координат на левой опоре (рис. 10.5,а) мысленно разобьем балку на два участка: АС и СВ. Они характерны тем, что имеют различные выражения момента.

Участок АС (1). Рассмотрим сечение Z_1 , на левой опоре и определим для него изгибающий момент, т.е. составим алгебраическую сумму моментов всех внешних сил слева от сечения (рис. 10.5,а,б).

Слева от сечения Z_1 (1-1) действует только одна внешняя сила – опорная реакция V_a , поэтому аналитическое выражение изгибающего момента имеет вид:

$$M_{z_1} = V_a z_1 = F \frac{a}{l} z_1.$$

Учитывая, что на рассматриваемом участке абсцисс z может меняться по величине в пределах от 0 до a , т.е.

$$0 \leq Z_1 \leq a.$$

получим: при $Z_1=0$, $M_a = F \frac{6}{l} \cdot 0 = 0$, т.е. на опоре A изгибающий момент равен нулю. Затем он возрастает прямо пропорционально увеличению расстояния Z_1 , достигая наибольшего значения в сечении C .

$$\text{При } Z_1=0, M_c^{\text{лев}} = F \frac{6}{l} \cdot a = F \frac{a6}{l}.$$

Индекс «левый» означает, что момент вычислен в сечении, удалённом на бесконечно малое расстояние **влево** от сечения C .

Таким образом, на участке AC эпюра M ограничена прямой (рис. 10.5,г) имеющий нулевую ординату на опоре A и ординату $F \frac{a6}{l}$ в сечении, где приложена внешняя сила F .

Участок СВ (2). Рассмотрим сечение 2-2 на расстоянии Z_2 от левой опоры (рис. 10.5а,б). Слева от него действуют уже две внешние силы V_a и F . Составим аналитическое выражение изгибающего момента.

$$M_{z_2} = V_a z_2 - F(z_2 - a) = F \frac{6}{l} z_2 - F(z_2 - a).$$

На рассматриваемом участке $a \leq z_2 \leq l$.

При $Z_2 = a$: $M_c^{\text{np}} = F \frac{6}{l} a - F(a - a) = F \frac{a6}{l}$, т.е. получили то же значение изгибающего момента, что и для предыдущего участка.

Индекс «правый» означает, что момент вычислен в сечении, удалённом на бесконечно малое расстояние **вправо** от сечения C .

При $z_2 = l$: $M_e = F \frac{6}{l} l - F(l - a) = F6 - F6 = 0$, т.е. на правой опоре изгибающий момент равен нулю.

Итак, на рассматриваемом участке с увеличением расстояния Z_2 изгибающий момент убывает от значения $F \frac{a6}{l}$ до нуля на опоре B .

Окончательная эпюра $M_{из}$ (рис. 10.5,г) имеет вид треугольника высотой $M_c = M_{\text{max}} = F \frac{a6}{l}$, отложенной вниз под силой F .

На построенной эпюре указываются её знаки и значения наиболее характерных ординат (в данном случае M_{max}), после чего она заштриховывается линиями перпендикулярными к оси балки.

В таком виде эпюра $M_{из}$ даёт возможность определить в принятом масштабе величину изгибающего момента в любом сечении балки и определит опасное сечение (M_{max}) для последующего подбора сечения и проверки в нём балки на прочность.

Построение эпюры Q. Эпюру поперечных сил строим для тех же участков, что и эпюру изгибающих моментов.

Участок AC $0 \leq z_1 \leq a$. Алгебраическая сумма всех внешних сил, действующих справа от сечения Z1 (1-1),

$$Q_{z_1} = V_a = F \frac{z_1}{l},$$

причём она остаётся постоянной на протяжении всего участка от опоры A ($Z_1=a$), где приложена сила F , так как в написанном равенстве отсутствует переменная Z_1 .

Следовательно, на рассматриваемом участке эпюра Q ограничена **прямой, параллельной оси** балки (рис. 10.5д).

Участок CB ($a \leq z_2 \leq l$). Для сечения Z2 (2-2) алгебраическая сумма всех внешних сил, приложенных слева от него.

$$Q_{z_2} = V_a - F = F \frac{z_2}{l} - F = \frac{F}{l}(z_2 - l) = -F \frac{a}{l} = -V_a,$$

$$Q_{z_2} = -V_a$$

Она также постоянна на всём протяжении участка от сечения C ($Z_2=a$) до опоры B ($Z_2=l$), т.е. и на этом участке эпюра Q ограничена прямой, параллельной оси Z.

Окончательная эпюра поперечных сил показана на рис. 10.5,д. Она строится по найденным ординатам в принятом масштабе согласно правилу знаков.

10.2. Порядок проведения работы

1. Установить гиревые подвесы в заданных преподавателем сечениях балки.
2. Нагрузить подвесы гириями разной массы F по указанию преподавателя.
3. Определить расстояние характерных участков по длине балки (первый, второй и т.д.)
4. Вычертить расчётную схему балки в координатах уз с указанием опор, мест приложения внешних нагрузок в Н, показать длину характерных участков и полную длину балки l в м.
5. Определить направление действия опорных реакций и указать их на расчётной схеме.
6. Определить места сечений на каждом характерном участке (1-1, 2-2, и т.д.)

7. Изобразить расчётную схему сечений на каждом участке под расчётной схемой балки (по аналогии с рис. 10.5).

8. Произвести аналитические расчёты $M_{из}$ и Q на характерных участках и построить эпюры $M_{из}$ и Q в выбранном масштабе согласно правилу знаков (по аналогии с рис. 10.5).

9. Определить значения опасных сечений и указать их на расчётной схеме.

Контрольные вопросы

1. Что понимают под чистым и поперечным изгибе?
2. Какие напряжения действуют в сечениях балки при чистом изгибе?
3. Какие напряжения действуют в сечении балки при поперечном изгибе?
4. Какое правило знаков устанавливается при определении изгибающего момента $M_{из}$?
5. Какое правило знаков устанавливается при определении поперечной силы Q при изгибе?
6. Для каких целей определяют опасные сечения конструкций?
7. В чём суть метода сечений?

Лабораторная работа 11

ОПРЕДЕЛЕНИЕ $M_{из}$ И Q КОНСОЛЬНОЙ БАЛКИ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ СПОСОБАХ НАГРУЖЕНИЯ

Цель работы: определение значения изгибающего момента $M_{из}$ и поперечной силы Q балки, выполненной в виде консольной конструкции, при различных схемах и способах ее нагружения. Представить расчетную схему и построить эпюры $M_{из}$ и Q . Определить опасные сечения конструкции.

11.1. Краткая теория

Изгибающим моментом называется такой вид деформации, когда под действием внешней силы в поперечных сечениях конструкции возникают изгибающие моменты.

Изгиб связан с возникновением в поперечных сечениях конструкции двух внутренних силовых факторов под действием внешних нагрузок – изгибающего момента $M_{из}$ и поперечной силы, если для данной схемы нагружения конструкции мы имеем *поперечный изгиб*.

Консольной называют балку, у которой один конец защемлен, а другой свободен (рис. 11.1).

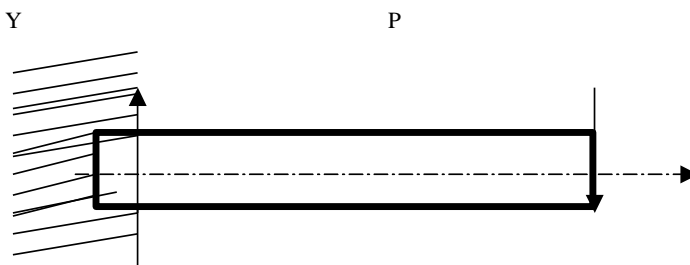


Рис. 11.1. Консольная балка

При определении изгибающего момента и поперечной силы используют *метод сечений*. Численные значения $M_{из}$ и Q находят по уравнениям статики относительно координатных осей X и Y ($\Sigma M_x = 0$; $\Sigma Y = 0$).

11.1.1. Пример расчетной схемы и построение эпюры $M_{из}$ и Q

В качестве примера возьмем консольную балку, представленную на рис. 11.2.

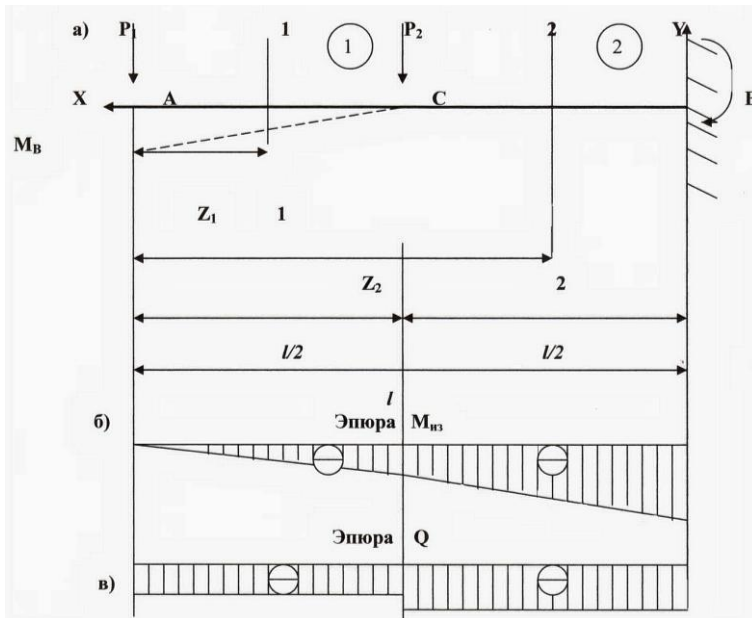


Рис. 11.2

11.1.2. Построение эпюры $M_{из}$

Участок AC ($0 \leq Z_1 \leq \frac{l}{2}$);

$M_{Z_1} = -P_1 Z_1$ (уравнение наклонной прямой)

при $Z_1 = 0$; $M_A = 0$;

при $Z = \frac{l}{2}$; $M_C^{лев} = -P_1 \frac{l}{2}$, н.м.

Участок CB ($\frac{l}{2} \leq Z_2 \leq l$);

$M_{Z_2} = -P_1 Z_2 - P_2 (Z_2 - \frac{l}{2})$ (уравнение наклонной прямой)

при $Z_2 = \frac{l}{2}$; $M_C^{пр} = P_1 \frac{l}{2} - P_2 (\frac{l}{2} - \frac{l}{2}) = P_1 \frac{l}{2}$, н.м.

Как и следовало ожидать, наибольший по абсолютной величине изгибающий момент возник в заделке:

$$M_{max} = |M_B|$$

Следовательно, именно в заделке балки и будет *опасное сечение* конструкции со стороны изгибающего момента M_{max} .

Согласно правилу знаков изгибающий момент на всем протяжении конструкции будет иметь отрицательное значение.

11.1.3. Построение эпюры Q

Участок AC. Так как эпюра $M_{из}$ ограничена наклонной прямой, поперечная сила Q на этом участке согласно правилу постоянна:

$$\Sigma Y = 0; Q_{z_1} = -P_1.$$

Участок BC. Аналогично

$$\Sigma Y = 0; Q_{z_2} = -P_1 - P_2.$$

Эпюра Q имеет вид, показанный на рис. 11.2, в. При переходе с первого участка на второй она изменяется скачкообразно, так как на границе участков в сечении C приложена сосредоточенная сила P_2 . Скачок откладывается вниз по направлению действия силы, на отрезок, равный ее величине.

11.2. Порядок проведения работы

1. Установить гиревые подвесы в заданных преподавателем сечениях балки.
2. Нагрузить подвесы гирями разной массы P по указанию преподавателя
3. Вычертить расчетную схему балки в координатах XU с указанием опоры, мест приложения внешних нагрузок, обозначить характерные участки с указанием их размеров и полную длину балки.
4. Определить места сечений на каждом характерном участке (1-1, 2-2 и т.д.) и отметить их на расчетной схеме.
5. Произвести аналитические расчеты $M_{из}$ и Q на характерных участках и построить их эпюры в выбранном масштабе согласно правилу знаков.
6. Определить значение опасных сечений и указать их на расчетной схеме.

Контрольные вопросы

1. Что такое изгиб?
2. Что представляет из себя консольная конструкция?
3. Что такое поперечный изгиб?
4. Какое правило знаков устанавливается при определении изгибающего момента и поперечной силы?
5. В чем суть метода сечений?
6. Для каких целей определяют опасное сечение конструкции?
7. Какие напряжения возникают при поперечном изгибе?

Лабораторная работа 12

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ ИЗГИБЕ

Цель работы: экспериментальная проверка расчетных формул для определения нормальных и касательных напряжений при изгибе.

При плоском поперечном изгибе возникают два вида внутренних силовых факторов (рис. 12.1):

M_z – изгибающий момент,

Q_y – поперечная сила,

которые соответственно определяют нормальные σ и касательные τ напряжения (рис. 12.1).

Нормальные напряжения при плоском поперечном изгибе балки (рис. 12.1) вычисляются по формуле

$$\sigma_y = \frac{M_z}{J_z} y, \quad (12.1)$$

где M_z – изгибающий момент в поперечном сечении балки;

J_z – момент инерции сечения относительно нейтральной линии (главной центральной оси z),

y – расстояние от нейтральной линии до точки, в которой определяется напряжение.

Из формулы (1) следует, что нормальные напряжения линейно изменяются по высоте сечения. Они равны нулю на нейтральной линии и достигают максимальной величины в волокнах, наиболее удаленных от нейтральной линии.

При выводе расчетной формулы (12.1) предполагалось, что волокна материала при поперечном изгибе испытывают только продольное растяжение или сжатие (рис. 12.2). Это допущение позволяет выразить зависимость между нормальным напряжением и деформацией законом Гука для одноосного растяжения

$$\sigma = \varepsilon E. \quad (12.2)$$

Таким образом, для экспериментального определения нормального напряжения при изгибе достаточно измерить относительное удлинение волокна и произвести расчет напряжений по формуле (12.2).

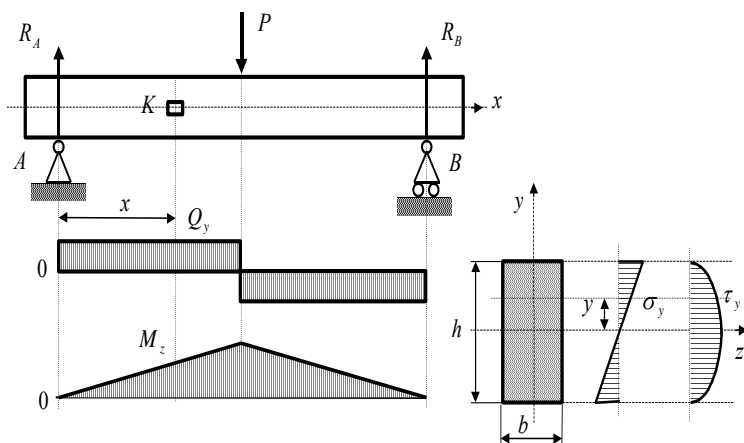


Рис. 12.1

Касательные напряжения при поперечном изгибе определяются по формуле

$$\tau = \frac{Q_y S_z^{omc}}{J_z b(y)}, \quad (12.3)$$

где Q_y – поперечная сила в данном сечении балки (рис. 12.1);
 S_z^{omc} – статический момент отрезанной части сечения;
 J_z – момент инерции всего сечения;
 $b(y)$ – ширина сечения на уровне точки, в которой определяется напряжение.

В работе экспериментально определяется максимальное касательное напряжение в нейтральном слое сечения (элемент K). Напряженное состояние в точке нейтрального слоя – чистый сдвиг (рис. 12.2). При этом по площадкам, наклоненным к поперечному сечению под углом 45° , действуют главные нормальные напряжения σ_1 и σ_3 , по величине равные касательным напряжениям τ_{max} .

Для плоского напряженного состояния относительная деформация в направлении главного напряжения σ_1 вычисляется по закону Гука

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} (\sigma_1 - \mu \sigma_3), \quad (12.4)$$

где E – модуль упругости; μ – коэффициент Пуассона.

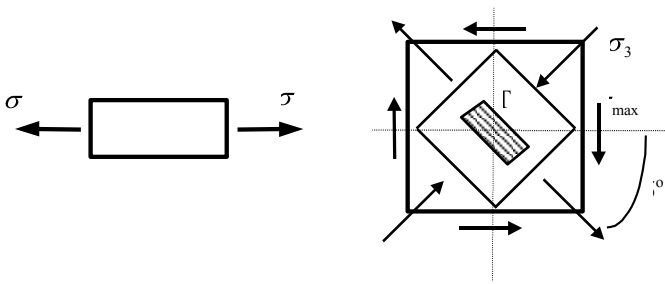


Рис. 12.2

Так как при чистом сдвиге $\sigma_1 = -\sigma_3 = |\tau_{\max}|$, то $\varepsilon_1 = \frac{1}{E}(\tau_{\max} + \mu\tau_{\max})$.

Таким образом, по измеренной деформации ε_1 в направлении действия σ_1 представляется возможным рассчитать величину касательного напряжения в точке на нейтральном слое поперечного сечения балки по формуле

$$\tau_{\max} = \frac{\varepsilon_1 E}{1 + \mu}. \quad (12.5)$$

12.1. Постановка опыта

Для испытания на изгиб в данной работе используется двутавровая балка, опирающаяся по концам на шарнирные опоры (рис. 12.3).

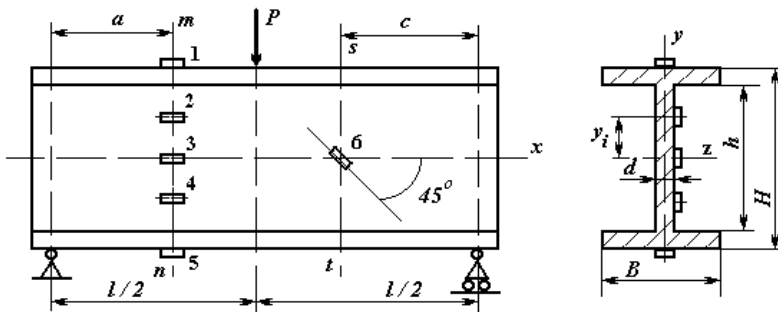


Рис. 12.3

Для измерения относительных продольных деформаций ϵ в сечении $m - n$ балки (рис. 12.3) наклеены тензометрические датчики в точках 1÷5. Для выявления напряженного состояния чистого сдвига и определения касательных напряжений в нейтральном слое балки в сечении $s - t$ наклеен датчик под углом 45° к оси балки.

12.2. Порядок проведения опыта

1. Занести в протокол испытаний характеристики поперечного сечения и линейные размеры исследуемой балки, характеристики материала балки.

2. Нагрузить балку предварительной нагрузкой P_0 и снять показания всех датчиков.

3. Увеличить нагрузку на ΔP , снять показания всех датчиков при данной нагрузке.

4. Произвести разгрузку балки и выключить прибор для измерения деформаций.

12.3. Обработка результатов испытаний

1. Вычислить приращения показаний датчиков Δn , соответствующие приращению нагрузки ΔP .

2. Определить величины приращения изгибающего момента ΔM и поперечной силы ΔQ соответственно по формулам:

$$\Delta M_z = \frac{\Delta P}{2} a, \quad (12.6)$$

$$\Delta Q_y = \frac{\Delta P}{2}. \quad (12.7)$$

3. Подсчитать значения геометрических характеристик J_z и S_z^{omc} для двутаврового профиля.

4. Вычислить величину приращений нормальных напряжений в точках 1÷5 сечения $m - n$, соответствующую приращению нагрузки по теоретической формуле

$$\Delta \sigma_i^T = \frac{\Delta M_z}{J_z} y_i. \quad (12.8)$$

5. Определить экспериментальные значения приращений нормальных напряжений в точках 1÷5 сечения $m - n$, соответствующие приращению нагрузки по формуле

$$\Delta \sigma_i^{\vartheta} = \Delta n_i \cdot 10^{-5} E. \quad (12.9)$$

6. Вычислить величину приращения касательных напряжений в точке б сечения $s - t$, соответствующую приращению нагрузки по теоретической формуле

$$\Delta \tau = \frac{\Delta Q_y S_z^{omc}}{J_z b(y)}. \quad (12.10)$$

7. Определить экспериментальное значение приращения касательных напряжений в точке б сечения $s - t$, соответствующее приращению нагрузки по формуле

$$\Delta \tau_{\max}^{\text{э}} = \frac{\Delta n_6 \cdot 10^{-5} E}{1 + \mu}. \quad (12.11)$$

8. Построить в масштабе эпюру распределения нормальных напряжений по высоте балки, полученную по теоретической формуле (12.8).

9. Нанести на построенную теоретическую эпюру значения нормальных напряжений, найденные экспериментально.

10. Вычислить по показаниям датчиков, расположенных под углом 45° к оси балки и сопоставить между собой значения главных нормальных напряжений σ_1 и σ_3 .

11. Сравнить теоретические и экспериментальные значения приращений напряжений в точках 1÷6 и определить относительную погрешность.

Контрольные вопросы

1. Какова цель и последовательность выполнения данной лабораторной работы?

2. Схема работы машины при испытании образцов на изгиб.

3. По каким формулам определяются нормальные и касательные напряжения при изгибе?

4. Как экспериментально определяются нормальные и касательные напряжения?

5. Что характерно для нейтральной линии сечения?

6. Что такое момент сопротивления сечения, как он определяется для круга, прямоугольника, двутавра?

7. Какой вид имеют эпюры распределения нормальных и касательных напряжений при изгибе для следующих сечений: двутавра, швеллера, прямоугольника, круга, тавра?

8. Какие формы поперечного сечения являются рациональными для балок из пластичных и хрупких материалов?

9. Как изменяется напряженное состояние в различных точках по высоте сечения при изгибе балки?

10. Почему для определения касательных напряжений в балке используются показания датчиков, наклеенных под углом 45° к оси балки?

11. Какое напряженное состояние возникает в балке при поперечном изгибе на уровне нейтрального слоя?

12. Каковы возможные причины имеющегося различия между теоретическими и экспериментальными значениями напряжений в исследуемых точках балки?

Примечание: Лабораторные работы № 12, 13, 14 разработаны на кафедре <<Механика материалов и конструкций>> Российского Государственного технологического университета имени К.Э. Циолковского.

Лабораторная работа 13 ИСПЫТАНИЕ ПРУЖИНЫ НА СЖАТИЕ

Цель работы: изучение напряженного состояния винтовой цилиндрической пружины, возникающего при сжатии, и определение ее осадки [1].

Пружины являются одними из наиболее широко распространенными упругими элементами механизмов и машин. Они используются в качестве амортизаторов для смягчения ударов и толчков, для аккумуляции энергии и приведения в движение отдельных механизмов и узлов.

Наиболее широкое распространение получили винтовые цилиндрические пружины, изготовленные из прутков круглого поперечного сечения.

На рис. 13.1 показана пружина,

где P – сжимающее усилие,

D_{cp} – средний диаметр пружины,

d – диаметр прутка, из которого изготовлена пружина,

n – количество витков пружины.

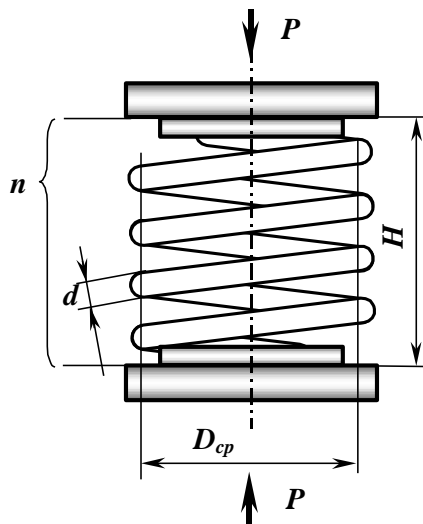


Рис. 13.1

Из условия статического равновесия находим, что в поперечных сечениях пружины действуют внутренние силовые факторы в виде поперечного усилия $Q = P$ и крутящего момента $M_{кр} = \frac{PD_{cp}}{2}$.

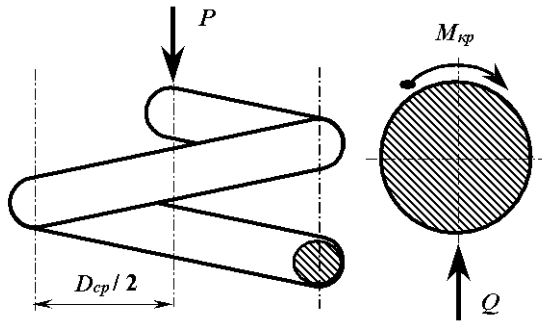


Рис. 13.2

От действия усилия Q в поперечном сечении витка пружины возникают касательные напряжения (рис. 13.3а), которые равномерно распределены по сечению

$$\tau_Q = \frac{Q}{F} = \frac{4P}{\pi d^2}. \quad (13.1)$$

От действия крутящего момента M_{kp} возникают касательные напряжения

$$\tau_{M_{kp}} = \frac{M_{kp}}{J_p} \rho = \frac{P D_{cp}}{2 J_p} \rho. \quad (13.2)$$

где $J_p = \frac{\pi d^4}{32}$ – полярный момент инерции поперечного сечения,

ρ – текущий радиус в сечении.

Наибольшие касательные напряжения

$$\tau_{M_{kp}}^{\max} = \frac{8 P D_{cp}}{\pi d^3} \quad (13.3)$$

возникают в точках пересечения горизонтальной оси с окружностью. Из рассмотрения эпюр распределения касательных напряжений τ_Q и $\tau_{M_{kp}}$ следует, что наиболее нагруженными точками являются точки, лежащие на внутренней поверхности пружины (рис. 13.3в).

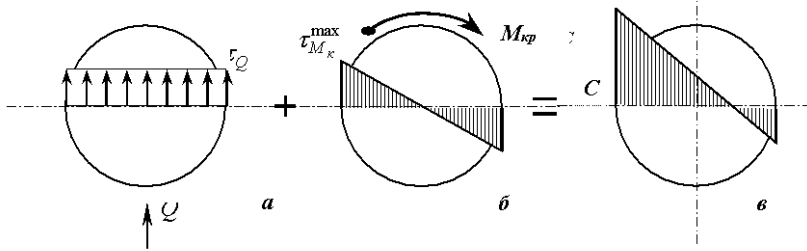


Рис. 13.3

Таким образом, напряжение в точке C будет равно

$$\tau_C = \tau_{M_{\kappa}}^{\max} + \tau_Q = \frac{8P D_{cp}}{\pi d^3} + \frac{4P}{\pi d^2}. \quad (13.4)$$

Вынося за скобки общий множитель $\frac{8P D_{cp}}{\pi d^3}$, получаем

$$\tau_C = \frac{8P D_{cp}}{\pi d^3} \left(1 + \frac{d}{2D_{cp}} \right). \quad (13.5)$$

Как видно из формулы (13.5), выражение в скобках обычно мало отличается от единицы, поэтому им можно пренебречь, и расчет пружины сводится к расчету на кручение, что, естественно, дает приближенный результат.

Используя уточненные методы определения напряжений в пружинах, можно воспользоваться расчетной формулой

$$\tau^{\max} = k \frac{8P D_{cp}}{\pi d^3}, \quad (13.6)$$

где k – поправочный коэффициент, определяемый по формуле

$$k = \frac{D_{cp}/d + 0.25}{D_{cp}/d - 1}. \quad (13.7)$$

При экспериментальном определении напряжений, необходимо рассмотреть напряженное состояние в наиболее нагруженных точках с помощью розетки тензодатчиков, наклеенной на внутренней поверхности пружины (рис. 13.4). Тензодатчики № 1 и № 3 наклеены соответственно перпендикулярно и параллельно оси прутка, тензодатчик № 2 наклеен под углом $\alpha = 45^\circ$ к продольной оси.

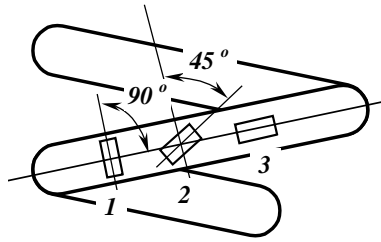


Рис. 13.4

По результатам эксперимента, получим напряженное состояние, которое графически можно изобразить так, как показано на рис. 13.5.

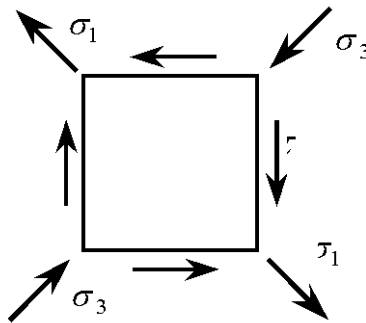


Рис. 13.5

Таким образом, величина главных напряжений получится пересчетом деформаций, определенных с помощью тензодатчиков

$$\sigma_1 = \frac{\Delta m \cdot 10^{-5} E}{1 + \mu}, \quad (13.8)$$

где $\Delta m \cdot 10^{-5}$ – приращение показаний тензодатчиков.

Исходя из анализа вида напряженного состояния, реализуемого в пружине (рис. 13.5), можно предположить, что тензодатчики № 1 и № 3 должны показывать нулевые значения деформации. Величина касательных напряжений определяется по формуле

$$\tau_3 = \frac{m_\sigma \cdot 10^{-5} E}{1 + \mu}. \quad (13.9)$$

Из сравнения значения касательных напряжений полученных экспериментально, с теоретическими, полученными по формуле (6), оценивается погрешность проведенного эксперимента

$$\Delta = \frac{\tau_p - \tau_{\text{э}}}{\tau_p} \times 100\% \quad (13.10)$$

13.1. Определение осадки пружины

Для определения осадки пружины, т.е. изменения ее длины под действием сжимающей нагрузки, используется расчетная формула

$$\lambda_T = \frac{8 P D_{cp}^3 n}{G d^4}, \quad (13.11)$$

где G – модуль сдвига,

n – число витков пружины.

Расчетная формула (13.11) получена из рассмотрения равенства работы приложенной силы P на перемещении λ и потенциальной энергии деформации, вызванной действием только крутящих моментов.

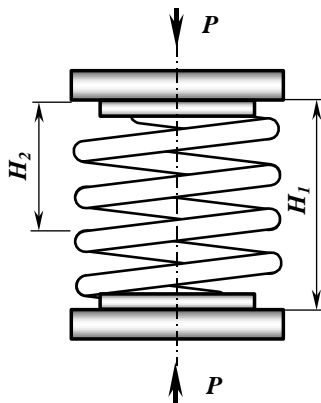


Рис. 13.6

Для экспериментального определения осадки пружины необходимо задать предварительную сжимающую силу P_1 для ликвидации возможных люфтов в системе нагружения и измерить расстояние H_1 между опорами по мерной линейке (рис. 13.6). Затем нагрузка увеличивается до значения P_2 и вновь измеряется расстояние между опорами H_2 . Раз-

ница в измерениях $\lambda_3 = H_1 - H_2$ под действием нагрузки $P = P_2 - P_1$ определяет осадку пружины, получаемую экспериментально.

Величина экспериментально полученного значения осадки пружины сравнивается с теоретическим значением, полученным по формуле (13.11)

$$\Delta = \frac{\lambda_T - \lambda_3}{\lambda_T} \times 100\% \quad (13.12)$$

13.2. Порядок проведения работы

1. Занести в протокол исходные данные для пружины.
2. Включить электронный измеритель деформаций.
3. Нагрузить пружину предварительной нагрузкой P_1 , определить показания тензодатчиков и начальную высоту пружины H_1 .
4. Увеличить нагрузку на P до достижения величины нагрузки P_2 , снять показания тензодатчиков и определить конечную высоту пружины H_2 .
5. Разгрузить систему и отключить электронный измеритель деформаций.

13.3. Обработка результатов измерений

1. Найти значения касательных напряжений по формулам (13.1) и (13.2) и определить суммарное напряжение по формуле (13.5) в опасной точке сечения.
2. Определить максимальное касательное напряжение с учетом поправочного коэффициента k по формулам (13.6) и (13.7).
3. Определить значения главных напряжений по результатам измерений по формуле (13.8).
4. Рассчитать величину касательных напряжений по формуле (13.9).
5. Оценить погрешность экспериментальных данных по сравнению с расчетными по формулам (13.4) и (13.6).
6. Определить теоретическую осадку пружины по формуле (13.11).
7. Сравнить результаты эксперимента с теоретическими данными.

Контрольные вопросы

1. Цель проведения лабораторной работы и последовательность ее выполнения.
2. Принцип действия испытательной машины?
3. Что такое тензодатчик и каков принцип его действия?

4. Какой вид имеют эпюры распределения касательных напряжений, возникающих при сжатии пружины?
5. Где находится наиболее нагруженная точка в сечении пружины?
6. По каким формулам определяются напряжения в пружине?
7. От чего зависит величина поправочного коэффициента?
8. Какой вид напряженного состояния возникает в нагруженной пружине?
9. Что такое осадка пружины и как она рассчитывается?
10. Как экспериментально определяется осадка пружины?

Лабораторная работа 14

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК УПРУГОСТИ ИЗОТРОПНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Цель работы: экспериментальная проверка гипотезы плоских сечений при центральном растяжении; Определение модуля продольной упругости E , коэффициента Пуассона μ и модуля сдвига G .

14.1. Основные теоретические положения

Если линия действия внешней силы строго совпадает с продольной осью бруса, то в его поперечном сечении возникает единственный силовой фактор – продольная сила N .

Нормальные напряжения в точках поперечного сечения вычисляются по формуле

$$\sigma = \frac{N}{F},$$

теоретический вывод которой базируется на гипотезе плоских сечений, заключающейся в том, что при центральном растяжении или сжатии плоские поперечные сечения бруса в процессе его деформации сохраняются плоскими, и лишь перемещаются параллельно самим себе [1].

Продольные относительные деформации при центральном растяжении и сжатии вычисляются в соответствии с законом Гука по формуле

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$$

Если в процессе нагружения измерить величину деформации ε , то по этой формуле можно определить модуль упругости материала бруса E ,

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}. \quad (14.1)$$

Поперечные относительные деформации связаны с продольными соотношением

$$\varepsilon_{\text{поп}} = -\mu E.$$

В этих формулах E – модуль продольной упругости (модуль упругости I рода) и μ – коэффициент Пуассона, представляющие собой физические постоянные упругости изотропного материала. Третья постоянная – модуль сдвига G (модуль упругости II рода) связана с первыми формулой

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \quad (14.2)$$

14.2. Постановка опыта

Брус прямоугольного сечения из алюминиевого сплава Д16 с шестью наклеенными продольными и шестью поперечными тензодатчиками (рис. 14.1) нагружают внешней силой P , величину которой меняют от начального значения $P_0=5000$ Н до конечного $P=45000$ Н.

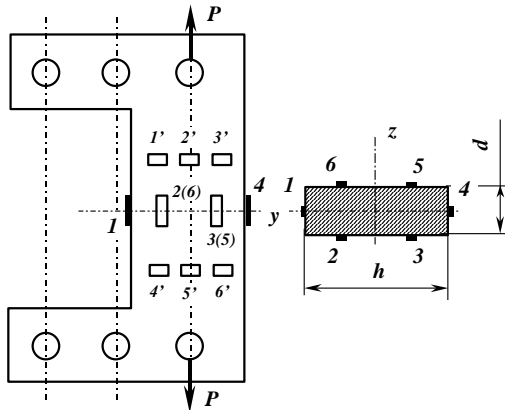


Рис. 14.1

Линия действия силы для обеспечения центрального растяжения совпадает с продольной осью.

Эксперимент повторяют три раза (a , b , c), а результаты опытов заносят карту наблюдений, примером которой служит табл. 14.1. Показания продольно и поперечно наклеенных тензодатчиков заносятся в отдельные таблицы.

Таблица 14.1

Номер т/д	1			2			3			4			5			6		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Номер опыта	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
n_o при																		
n																		
Δn																		
$\overline{\Delta n}$																		
ε																		
$\delta, \%$																		

14.3. Обработка результатов опытов

В таблицу заносят приращения показаний прибора при увеличении нагрузки, представленных на бланке (типа табл. 14.1), заносят приращения показаний прибора при увеличении нагрузки на $\Delta P = 40000$ Н,

$$\Delta n = n - n_o$$

По результатам трех измерений (a, b, c) находят среднее приращение показаний для каждого из шести продольных и поперечных тензодатчиков

$$\overline{\Delta n} = \frac{\Delta n_a + \Delta n_b + \Delta n_c}{3}$$

и вычисляют приращение относительных продольных и поперечных удлинений по каждому тензодатчику

$$\varepsilon = \overline{\Delta n} \cdot 10^{-5} \quad \varepsilon_{non} = \overline{\Delta n_{non}} \cdot 10^{-5}.$$

Для проверки гипотезы плоских сечений усредняют величины относительных продольных удлинений в шести точках при центральном растяжении бруса

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sum_{i=1}^6 \varepsilon_i}{6}.$$

Если относительная разность между ε_i и $\bar{\varepsilon}$ не превышает 5÷10%, то следует сделать вывод об экспериментальном подтверждении гипотезы плоских сечений.

Модуль упругости материала испытываемого бруса находят по формуле (14.1), для чего предварительно вычисляют приращения нормальных напряжений при растяжении силой $\Delta P=40000$ Н

$$\sigma = \frac{\Delta N}{F} = \frac{\Delta P}{F}.$$

Коэффициент Пуассона определяют по формуле

$$\mu = -\frac{\varepsilon_{\text{поп}}}{\varepsilon}$$

Модуль сдвига G вычисляют по соотношению (2).

Контрольные вопросы

1. В чем заключается цель работы?
2. В чем заключается гипотеза плоских сечений?
3. Какие характеристики материала называются характеристиками упругости?
4. Сколько существует независимых характеристик упругости для изотропного материала?
5. Как экспериментально определить нормальные напряжения при растяжении или сжатии бруса?
6. Какие деформации называют упругими?
7. Какими аналитическими зависимостями описывается упругое деформирование материала при растяжении и сжатии?
8. Для какой цели служат тензометры?
9. В чем заключается принцип действия тензодатчика?
10. Что такое база тензометров?
11. Как экспериментально определить модуль упругости материала E и коэффициент Пуассона μ ?
12. Как определить значение модуля сдвига материала G ?

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Александров, А.В. Сопротивление материалов / А.В. Александров, В.Д. Потопов, Б.П. Державин. – М., 2003.

Федосьев, В.И. Сопротивление материалов / В.И. Федосьев. – М., 1986.

Киносошвили, Р.С. Сопротивление материалов / Р.С. Киносошвили. – М., 1985.

Потехин, Б.Б. Сопротивление материалов. Конспект лекций / Б.Б. Потехин. – Владивосток: Изд-во ВГУЭС, 1996.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
Лабораторная работа 1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСИМАЛЬНОГО НАПРЯЖЕНИЯ И НАПРЯЖЕНИЯ РАЗРУШЕНИЯ В ОБРАЗЦАХ ПРИ СЖАТИИ	4
1.1. Краткая теория	4
1.2. Описание установки	5
1.3. Порядок проведения работы	6
Лабораторная работа 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УГЛОВ ЗАКРУЧИВАНИЯ ПОЛОГО ВАЛА.....	8
2.1. Описание установки СМ2М	8
2.2. Порядок проведения работы.....	9
2.3. Теоретический расчет деформации вала	10
Лабораторная работа 3. ПРОВЕРКА ТЕОРЕМЫ О ВЗАИМНОСТИ РАБОТ И ПЕРЕМЕЩЕНИЙ.....	11
3.1. Краткая теория	11
3.2. Порядок проведения работы.....	13
Лабораторная работа 4. ПРИНЦИП НЕЗАВИСИМОСТИ ДЕЙСТВИЯ СИЛ.....	15
4.1. Краткая теория	15
4.2. Порядок проведения работы.....	15
Лабораторная работа 5. ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИИ КОНСОЛЬНОЙ БАЛКИ ПРИ ПРЯМОМ ИЗГИБЕ	17
5.1. Краткая теория	17
5.2. Порядок проведения работы.....	19
Лабораторная работа 6. ДЕФОРМАЦИИ КОНСОЛЬНЫХ БАЛОК ПРИ КОСОМ ИЗГИБЕ.....	21
6.1. Краткая теория	21
6.2. Описание установки	21
6.3. Проведение эксперимента	22
6.4. Определение теоретических величин прогибов	23
6.5. Результаты эксперимента	24
Лабораторная работа 7. ИСПЫТАНИЕ ВИНТОВОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПРУЖИНЫ С МАЛЫМ ШАГОМ ВИТКА.....	26
7.1. Краткая теория	26
7.2. Экспериментальная установка	27
7.3. Проведение опыта	28
7.4. Обработка результатов опыта	28
Лабораторная работа 8. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ ЮНГА ПРИ РАСТЯЖЕНИИ РАЗЛИЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ	30
8.1. Описание установки и метода измерений	30
8.2. Порядок проведения работы.....	33

Лабораторная работа 9. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОЧНОСТИ ПОЛОГО ВАЛА ПРИ КРУЧЕНИИ.....	35
9.1. Краткая теория.....	35
9.2. Описание установки и расчётная схема.....	37
9.3. Порядок проведения работы.....	37
9.4. Расчётные формулы для обработки результатов опыта.....	38
Лабораторная работа 10. ОПРЕДЕЛЕНИЕ $M_{из}$ И Q БАЛКИ, ЛЕЖАЩЕЙ НА ДВУХ ОПОРАХ, ПРИ РАЗЛИЧНЫХ СПОСОБАХ НАГРУЖЕНИЯ.....	40
10.1. Краткая теория.....	40
10.2. Порядок проведения работы.....	47
Лабораторная работа 11. ОПРЕДЕЛЕНИЕ $M_{из}$ И Q КОНСОЛЬНОЙ БАЛКИ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ СПОСОБАХ НАГРУЖЕНИЯ.....	49
11.1. Краткая теория.....	49
11.2. Порядок проведения работы.....	51
Лабораторная работа 12. ИСЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ ИЗГИБЕ.....	52
12.1. Постановка опыта.....	54
12.2. Порядок проведения опыта.....	55
12.3. Обработка результатов испытаний.....	55
Лабораторная работа 13. ИСПЫТАНИЕ ПРУЖИНЫ НА СЖАТИЕ.....	58
13.1. Определение осадки пружины.....	62
13.2. Порядок проведения работы.....	63
13.3. Обработка результатов измерений.....	63
Лабораторная работа 14. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК УПРУГОСТИ ИЗОТРОПНЫХ МАТЕРИАЛОВ.....	65
14.1. Основные теоретические положения.....	65
14.2. Постановка опыта.....	66
14.3. Обработка результатов опытов.....	67
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	69

Учебно-методическое издание

Составитель:
Потехин Борис Борисович

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Лабораторный практикум

В авторской редакции
Компьютерная верстка М.А. Портновой

Лицензия на издательскую деятельность ИД № 03816 от 22.01.2001

Подписано в печать 10.10.08. Формат 60×84/16.
Бумага писчая. Печать офсетная. Усл. печ. л. .
Уч.-изд. л. Тираж экз. Заказ

Издательство Владивостокский государственный университет
экономики и сервиса
690600, Владивосток, ул. Гоголя, 41
Отпечатано в типографии ВГУЭС
690600, Владивосток, ул. Державина, 57