I. ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1.1. Электрическое поле в вакууме

Справочные сведения

Закон Кулона электростатического поля точечного заряда

$$\vec{F} = \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2} \cdot \vec{r}$$

Напряженность поля точечного заряда равна:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \frac{q}{r^3} \vec{r} ,$$

где q - заряд, создающий поле,

$\vec{r}$ - радиус-вектор, направленный от точечного заряда в рассматриваемую точку.

Напряженность поля системы точечных зарядов:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i$$

Напряженность поля равномерно заряженной бесконечной пластины с поверхностной плотностью заряда σ:

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0} \vec{n}$$

где $\vec{n}$ - единичный вектор нормали к поверхности пластины.

Напряженность поля равномерно заряженного шара:

а) для точек внутри шара:

$$\vec{E} = \frac{1}{3} \frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0} r \frac{\vec{r}}{r} ,$$

где p - объемная плотность зарядов,

r - расстояние от центра шара до рассматриваемой точки

$\frac{\vec{r}}{r}$ - единичный вектор;

б) для точек вне шара;

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \frac{q}{r^3} \vec{r} ,$$

где q - полный заряд шара,

r - расстояние от центра шара до рассматриваемой точки.

Напряженность поля бесконечно длинного, равномерно заряженного цилиндра (для точек, находящихся вне цилиндра):

$$\vec{E} = \frac{1}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0} \cdot \frac{\tau}{r} \cdot \frac{\vec{r}}{r} ,$$

где τ - линейная плотность заряда.

У поверхности любого проводника с постоянной поверхностной плотностью заряда σ напряженность поля равна:

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0} \vec{n}_1$$

Вектор электрического смещения (вектор индукции) и напряженность поля для изотопной среды связаны соотношением:

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E} .$$

Теорема Остроградского - Гаусса. Поток вектора электрического смещения сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, охватываемых этой поверхностью:

$$\Phi_e = \int_S D_n ds = \sum_{i=1}^{m} q_i .$$

Связь между напряженностью и потенциалом поля выражается формулами:

$$\vec{E} = -\frac{\vec{d}\varphi}{dr} ; \vec{E} = -\overrightarrow{grad\varphi}.$$

Потенциал поля точечного заряда и заряженного шара (для точек, находящихся вне шара):

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r} .$$

Энергия заряда q, помещенного в точку поля, потенциал которой φ:

$$W_n = q\varphi.$$

Работа переноса заряда в электрическом поле из точки 1 в точку 2:

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2) .$$

где φ_1 и φ_2 - соответственно потенциалы точек 1 и 2 поля.

Разность потенциалов между обкладками конденсаторов:

для плоского конденсатора:

$$U = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} d .$$

где d - расстояние между обкладками конденсатора:

σ - поверхностная плотность зарядов;
для цилиндрического конденсатора:

$$U = \frac{\tau \ln \dfrac{R_2}{R_1}}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0}.$$

где τ - линейная плотность заряда на пластинах конденсатора,
R_2 и R_2 - радиусы внутренней и внешней обкладок;
для сферического конденсатора:

$$U = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right),$$

где q - заряд конденсатора,
R_1 и R_2 - радиусы внутренней и внешней обкладок.

Примеры решения задач

Задачи данного параграфа охватывают следующие темы: закон Кулона; вычисление напряженности поля (методом суперпозиции и с помощью теоремы Гаусса); действие электрического поля на заряженные тела; потенциал, работа сил электрического поля.

Состояние электростатического поля как физической системы определяется знанием вектора напряженности в любой точка поля. Следовательно, основная задача электростатики заключается в расчете электрического поля. Здесь полезно различать три случая:

1) поле создано системой точечных зарядов;

2) поле создано системой точечных и неточечных зарядов, расположенных на телах правильной геометрической формы.

3) поле создано произвольным распределением зарядов.

Если характеристики поля будут рассчитаны, то задача о движении частиц в известном поле можно решить или динамическим методом, или методом законов сохранения

Задача 1 Два одинаковых проводящих шарика подвешены на нитях одинаковой длины l = 1 м, закрепленных в одной точке. После сообщения шарикам заряда $q_0 = 4 \cdot 10^{-7}$ Кл нити разошлись на угол $\alpha 1 = 60^{\circ}$. Определите силу тяжести, действующую на каждый шарик. Какова плотность материала шариков, если при погружении шариков в керосин угол расхождения нитей стал $\alpha 2$, $= 54^{\circ}$?

Решение.

Заряд q_0 был сообщен соприкасающимся шарикам одинакового объема, следовательно, заряд каждого шарика $q = \frac{q_0}{2}$.

На каждый шарик в воздухе действуют три силы: сила тяжести $m\vec{g}$, сила электрического отталкивания $\vec{F}_К'$ и сила натяжения нити $\vec{F}_Н'$.

Условие равновесия системы:

$$m\vec{g} + \vec{F}_K' + \vec{F}_H' = 0.$$

Так как все силы, действующие на каждый из шариков, лежат в одной плоскости, выберем прямоугольную систему координат *XOY*, совместив ее начало с центром шарика (рис. 1.1 1).

Спроецировав силы на соответствующие оси и учтя знаки проекций, запишем условие равновесия для каждого шарика:

$$\sum F_x = 0;\ F_K' - F_H' \sin\frac{a_1}{2} = 0.$$

или $\quad F_K' = F_H' \sin\frac{a_1}{2}. \quad$ (1 1.1)

$$\sum F_y = 0; \qquad F_H' \cos\frac{a_1}{2} - mg = 0,$$

или $\quad mg = F_H' \cos\frac{a_1}{2}$

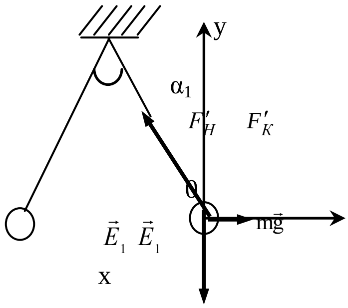

рис. 1.1.1

Условия равновесия (1.1.1) дают:

$$F_K' = mg \cdot tg\,\frac{a_1}{2}.$$

Но по закону Кулона $\quad F = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ поэтому, если учесть, что $q = \frac{q_0}{2}$, а $r = 2l\sin\frac{a_1}{2}$, для силы тяжести получим:

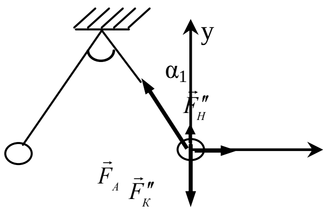

рис.1.1.2

$$mg = \frac{F'_K}{tg\frac{a_1}{2}} = \frac{q_0^2}{4\pi\varepsilon_0 \cdot 4 \cdot 4l^2 \sin\frac{a_1}{2} \cdot tg\frac{a_1}{2}}. \qquad (1.1.2)$$

При помещении шариков в жидкий диэлектрик сила кулоновского взаимодействия уменьшится в ε раз и появится выталкивающая сила

$$F_A = \frac{mg}{p} p_К .$$

где p — плотность материала шарика,

p_k — плотность керосина.

В этом случае равновесие каждого шарика (рис. 1.1.2) будет описываться следующими уравнениями:

$$\sum F_x = 0; \qquad F''_K - F''_H \sin\frac{a_2}{2} = 0, \quad \text{или } F''_K = F''_H \sin\frac{a_2}{2}.$$

$$\sum F_y = 0; \; F''_H \cos\frac{a_2}{2} + F_A - mg = 0, \quad \text{или } mg - F_A = F''_H \cos\frac{a_2}{2}.$$

Отсюда

$F''_K = (F_A - mg) tg\frac{a_2}{2}$, и следовательно:

$$mg - F_A = \frac{q_0^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 \cdot 16L^2 \sin^2\frac{a_2}{2} tg\frac{a_2}{2}} \qquad (1.1.3)$$

Разделив выражение (1.1.3) на (1.1.2), для $\frac{mg - F_A}{mg}$ найдем:

$$\frac{mg - F_A}{mg} = \frac{p - p_К}{p} = \frac{\sin\frac{a_1}{2} tg\frac{a_1}{2}}{\varepsilon \cdot \sin\frac{a_2}{2} tg\frac{a_2}{2}} \qquad (1.1.4)$$

Решив уравнение (1.1.4) относительно p, получим:

$$p = p_k \frac{\sin^2\frac{a_2}{2} tg\frac{a_2}{2} \varepsilon}{\sin^2\frac{a_2}{2} tg\frac{a_2}{2} \varepsilon - \sin^2\frac{a_1}{2} tg\frac{a_1}{2}} \qquad (1.1.5)$$

Вычисления в СИ дают:

$mg = 6{,}22 \cdot 10^{-4}$ Н; $\quad p = 2{,}55 \cdot 10^3$ кг/м^3.

Задача 2. Два точечных заряда q_1=-10^{-8} Кл и q_2=+1.5×10^{-8} *Кл* расположены на расстоянии r_{12}=10 *см* друг от друга. Найти силу, действующую на точечный заряд q_3=+3СГСЭ$_q$, помещенный на продолжении прямой r_{12} на расстоянии r_{23} =2 см от заряда q_2.

Решение.

На основании закона Кулона запишем

$$F_{13} = \frac{|q_1|q_3}{4\pi\varepsilon_0 r_{13}^2}, \tag{1.1.6}$$

$$F_{23} = \frac{|q_2|q_3}{4\pi\varepsilon_0 r_{13}^2} \tag{1.1.7}$$

где r_{13} – расстояние между первым и третьим зарядами, равное

$$r_{13} = r_{12} + r_{23}. \tag{1.1.8}$$

Подставляя выражения (1.1.6) и (1.1.7) с учетом равенства (1.1.8) в формулу (1.1.7), получим

$$F_3 = \frac{q_3}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q_2}{r_{23}^2} - \frac{|q_1|}{(r_{12}+r_{23})^2}\right]; \quad F_3 = 3.3\cdot 10^{-4} \text{ Н}.$$

Задача 3. Найти силу, действующую на точечный заряд q=5 СГСЭ$_q$, расположенный в центре полукольца радиуса r_0 = 5 *см*, со стороны этого полукольца, по которому равномерно распределен заряд

$Q = 3\cdot10^{-7}$ Кл.

Решение

Чтобы найти проекции результирующей силы F на оси, будем интегрировать соответствующие проекции элементарных сил по полукольцу:

$$F_x = \int\limits_{\substack{\text{по полу}\\\text{кольцу}}} dF \sin a, \tag{1.1.9}$$

$$F_y = \int\limits_{\substack{\text{по полу}\\\text{кольцу}}} dF \cos a \tag{1.1.10}$$

Так как $dF = \dfrac{q\,dQ}{4\pi\varepsilon_0 r_0^2}$ и $dQ = \dfrac{Q}{\pi r_0}\cdot dl$, и учитывая, что $dl = r_0\,da$,

находим

$$F_x = \frac{Qq}{4\pi^2\varepsilon_0 r_0^2}\int_0^\pi \sin a\cdot da = \frac{Qq}{4\pi^2\varepsilon_0 r_0^2}; \qquad (1.1.11)$$

$$F_y = \frac{Qq}{4\pi^2\varepsilon_0 r_0^2}\int_0^\pi \cos a\cdot da = 0 \qquad (1.1.12)$$

Следовательно, $F_x = F = \dfrac{Qq}{2\pi^2\varepsilon_0 r_0^2} = 1{,}14\cdot 10^{-3}$ Н.

Задача 4. Две бесконечно длинные равномерно заряженные нити расположены параллельно друг к другу на расстоянии *a*=10 *см*. Найти геометрическое место точек, где результирующая напряженность поля равна нулю, если линейные плотности зарядов нитей имеют значения:

$\tau_1 = +\,12$ *СГСЭ q/см;*

$\tau_2 = +\,6$ *СГСЭ q/см.*

Решение.

Рассмотрим поле в точке С:

$$\vec{E}_c = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \qquad (1.1.13)$$

Векторы $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ направлены в разные стороны. Следовательно, равенство (1.1.13) можно заменить скалярным выражением

$$E_C = E_1 - E_2 \qquad (1.1.14)$$

Напряженности E_1 и E_2 соответственно равны:

$$\left.\begin{aligned} E_1 &= \frac{\tau_1}{2\pi\varepsilon_0 x} \\ E_2 &= \frac{\tau_2}{2\pi\varepsilon_0 (a - x)}. \end{aligned}\right\} \qquad (1.1.15)$$

Здесь x – расстояние от первой нити до точки *C*. Согласно условию задачи $E_C = 0$, поэтому

$$\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{\tau_1}{x} - \frac{\tau_2}{a-x}\right) = 0. \qquad (1.1.16)$$

Отсюда

$$\frac{\tau_1(a - x) - \tau_2 x}{x(a - x)} = 0. \qquad (1.1.17)$$

Так как заведомо $x \neq a$ и $x \neq 0$, то выражение (1.1.17) дает результат:

$\tau_1 a = x(\tau_1 + \tau_2)$,

откуда

$$x = \frac{\tau_1 a}{\tau_1 + \tau_2} \approx 0{,}07\ м.$$

Напряженность поля обращается в нуль в точках прямой, лежащей в одной плоскости с заряженными нитями параллельно им и расположенной на расстоянии x = 0,07 м от первой нити.

Задача 5. Определить работу сил поля, созданного двумя точечными зарядами, при перенесении заряда q = 3 СГСЭ$_q$ из точки C в точку D , если CD = 6 см; Q_1 = 10 СГСЭ$_q$; Q_2 = -6 СГСЭ$_q$.

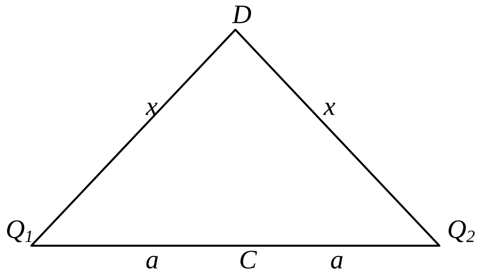

рис.1.1.3

Решение

Работа сил поля может быть легко рассчитана, если известна разница потенциалов между указанными точками.

В данной задаче при перенесении заряда q из точки C в точку D работа сил поля $A = q(\varphi_c - \varphi_D)$. (1.1.18)

По условию источник поля – это два точечных заряда, поэтому следует найти потенциал каждой точки как алгебраическую сумму потенциалов полей каждого их точечных зарядов:

$$\left.\begin{aligned} \varphi_c &= \varphi_{c1} + \varphi_{c2}; \\ \varphi_D &= \varphi_{D1} + \varphi_{D2}. \end{aligned}\right\} \qquad (1.1.19)$$

где φ_{c1} и φ_{c2} – потенциалы, созданные зарядами Q_1 и Q_2 в точке C; φ_{D1} и φ_{D2} – то же для точки D. Потенциал точки в поле точечного заряда по отношению к бесконечности равен

$$\varphi = \frac{Q}{r},$$

где Q - точечный заряд, создающий поле; r – расстояние от заряда Q до точки, в которой рассматривается поле.

Знак потенциала определяется знаком заряда Q.

Выражения (1.1.19) могут быть записаны в виде

$$\left.\begin{aligned} \varphi_c &= \frac{Q_1}{a} + \frac{Q_2}{a}\ ; \\ \varphi_D &= \frac{Q_1}{x} + \frac{Q_2}{x}\,. \end{aligned}\right\} \qquad (1.1.20)$$

Здесь $$x = a\sqrt{2}\,. \qquad (1.1.21)$$

Подставляя выражения (1.1.21) и (1.1.20) в формулу (1.1.18), получаем

$$A = q(Q_1 + Q_2)\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a\sqrt{2}}\right) = 0.57\cdot10^{-7}\ \text{Дж}.$$

Задача 6. Две плоскопараллельные пластины площадью по 200 *см*^{2} каждая расположены горизонтально. Верхняя пластина закреплена. Какую разность потенциалов U надо приложить к этим пластинам, чтобы нижняя удерживалась в равновесии на расстоянии l = 0,5 *см* от верхней, если ее масса m= 4 *г*? Какое это будет равновесие?

Считать, что пластины заряжаются равномерно, но разноименными зарядами; поле между пластинами однородно.

Решение

Заряды на обеих пластинах равны по модулю; следовательно, напряженность поля, созданного верхней пластиной,

$$E_1 = \frac{q}{S\cdot 2\varepsilon_0} \qquad (1.1.22)$$

Здесь S – площадь каждой пластины.

$$E_1 q = mg. \qquad (1.1.23)$$

Определяя из выражения (1.1.22) величину q и подставляя ее в (1.1.23), получаем

$$mg = 2E_1^2\varepsilon_0 S. \qquad (1.1.24)$$

Учитывая однородность поля между пластинами, можно записать

$$U = El. \qquad (1.1.25)$$

где l – расстояние между пластинами; E - напряженность поля между пластинами, т.е. поля, созданного обеими пластинами.

Так как пластины заряжены равными, но разноименными зарядами, то поля их складываются и тогда

$$E = 2E_1 \qquad (1.1.26)$$

Подставляя выражения (1.1.25) и (1.1.26) в равенство (1.1.24), находим

$$mg = \frac{U^2\varepsilon_0 S}{2l^2}.$$

Отсюда искомая разность потенциалов

$$U = l\sqrt{\frac{2mg}{\varepsilon_0 S}}\ ; \quad U = 3240 \text{ В}.$$

Задача 8 Два точечных заряда $q_1 = 2\cdot10^{-7}$ Кл и $q_2 = -4\cdot10^{-7}$ Кл находятся в керосине (ε=2). Каковы напряженность электростатического поля и электрическое смещение в точке А, находящейся на расстоянии r_1 = 0,2 м от одного и r_2 = 0,15 м от другого заряда.

Решение:

Полная напряжённость электростатического поля в точке *A* равна:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

где $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ - напряжённости, создаваемые точечными зарядами q_1 и q_2 в точке *A* (рис.1.1.4)

Модуль вектора $\vec{E}$ может быть определен из треугольника *ABC*:

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2\cos\varphi. \qquad (1.1.27)$$

Напряженность поля точечного заряда:

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\cdot\frac{q_1}{r_1^2},$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\cdot\frac{q_2}{r_2^2}.$$

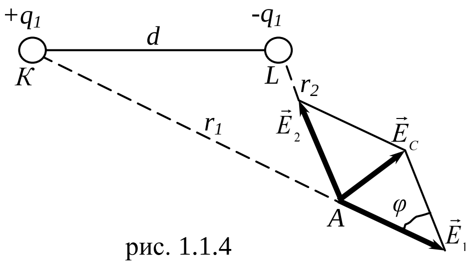

рис. 1.1.4

Из треугольника *AKL* имеем:

$$\cos\varphi = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1r_2}.$$

Подставив выражения для E_1, E_2, и $\cos\varphi$ в уравнение (1.1.27), получим:

$$E_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\cdot\sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4} + \frac{q_2^2}{r_2^4} - \frac{q_1q_2(r_1^2 + r_2^2 - d^2)}{r_1^3 r_2^3}}.$$

Вектор электрического смещения в точке А :

$$\vec{D}_A = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}_A.$$

Подстановка числовых данных приводит к результату:

$E = 6{,}2 \cdot 10^4$ В/м; $D = 1{,}09 \cdot 10^{-6}$ Кл/м^2.

Задача 9. Заряд $q = 15 \cdot 10^{-9}$ Кл равномерно распределен по тонкому кольцу радиусом $R = 0{,}2$ м. Найдите напряженность электрического поля в точке, находящейся на оси кольца на расстоянии $h = 0{,}15$ м от его центра.

Решение:

Разделим кольцо на одинаковые бесконечно малые участки dl. Заряд каждого участка dq можно считать точечным. Напряженность электрического поля dE, создаваемого в точке А на оси кольца зарядом dq (рис. 1.1.5), равна:

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \cdot \frac{dq}{r^2} \qquad (1.1.28)$$

где $r^2 = R^2 + h^2$. (1.1.29)

Полная напряженность поля $\vec{E}$ в точке A, создаваемая зарядом q, согласно принципу суперпозиции равна векторной; сумме напряжённостей $d\vec{E}_i$ полей, создаваемых всеми точечными зарядами:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{m} d\vec{E}_i$$

Вектор $d\vec{E}$ разложим на составляющие: вектор $d\vec{E}_1$ (направлен вдоль оси кольца) и вектор $d\vec{E}_2$ (параллелен плоскости кольца).Тогда

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{m} d\vec{E}_{i_1} + \sum_{i=1}^{m} d\vec{E}_{i_2} .$$

Для каждой пары зарядов dq и dq', расположенных симметрично относительно центра кольца, $d\vec{E}_2$ и $d\vec{E}_2$ в сумме дадут нуль, и значит

$$\sum_{i=1}^{m} d\vec{E}_2 = 0$$

Составляющие $d\vec{E}_1$ для всех элементов направлены одинаково вдоль оси кольца, поэтому полная напряженность в точке, лежащей на оси кольца, также направлена вдоль оси.

Модуль полной напряженности найдем интегрированием:

$$E=\int\limits_L dE_1 = \int\limits_L dE\cos\alpha\,, \qquad (1.1.30)$$

где a—угол между вектором $d\vec{E}$ и осью кольца;

$$\cos a=\frac{h}{r}=\sqrt{\frac{h^2}{R^2+h^2}}\,. \qquad (1.1.31)$$

Используя выражения (1.1.28), (1.1.29), (1.1.31), для E получаем:

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\limits_0^q\frac{dq}{r_2}\cos\alpha=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{h}{(R^2+h^2)^{\frac{3}{2}}}$$

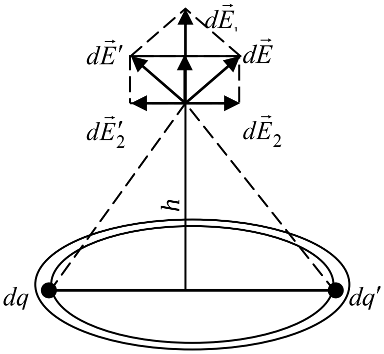

рис.1.1.5

Подстановка числовых данных дает:

$E = 1{,}3\cdot10^3$ В/м .

Задача 10. Коаксиальный кабель имеет внутренний провод диаметром d_1 = 2 мм и свинцовую оболочку диаметром d_2 = 8 мм. Относительная диэлектрическая проницаемость изоляции ε = 4. Заряды внутреннего и наружного провода противоположны по знаку. Линейная плотность заряда τ = $3{,}14\cdot10^{-10}$ Кл/м. Определите напряженность электрического поля в точке, находящейся от оси кабеля: а) на расстоянии r_1 = 3 мм, б) на расстоянии r_2 = 8 мм.

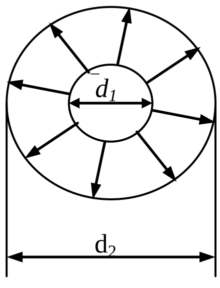

рис. 1.1.6

Решение

Из условия симметрии следует, что линии напряженности лежат в плоскостях, перпендикулярных кабелю, и направлены радиально (рис. 1.1.6). Следовательно, напряженность поля может быть определена с помощью теоремы Остроградского-Гаусса.

а) Электрическое поле между внутренним и внешним проводом создается лишь зарядом внутреннего цилиндрического проводника. Напряженность этого поля в любой точке вежду проводниками равна:

$$E_1 = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon} \cdot \frac{\tau_1}{r_1}.$$

Подставив числовые значения, получим:

$E_1 = 1880$ В/м.

б) Электрическое поле в любой точке вне кабеля создается зарядами как внутреннего, так и внешнего провода. Поэтому

$$E_2 = 0$$

Задача 11. Математическому маятнику с массой $m = 10^{-3}$ кг и периодом $T_1 = 1$ с сообщили заряд $q = -10^{-8}$ Кл. Маятник поместили в однородное электрическое поле, созданное плоским конденсатором, пластины которого расположены горизонтально. Период колебаний при этом уменьшился до $T_2 = 0{,}8$ с. Найдите силу, действующую на маятник со стороны электрического поля; направление электрического поля, разность потенциалов, соответствующую рассматриваемому случаю; плотность зарядов на пластинах. Известно, что расстояние между пластинами большой площади на $\Delta d = 1$ см больше длины нити маятника.

Решение

Период колебаний маятника в отсутствии электрического поля

$T_1 = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g_1}}$, где g_1 - ускорение, сообщаемое маятнику силой тяжести. Отсюда $g_1 = \dfrac{4\pi^2 l}{T_1^2}$ (1.1.32)

При помещении маятника в электрическое поле его период изменяется, и ускорение g_2 будет определяться так:

$$g_2 = \frac{4\pi^2 l}{T_2^2} \qquad (1.1.33)$$

Изменение ускорения $\Delta g = g_2 - g_1$ произошло под действием электрического поля; следовательно, сила, действующая на маятник со стороны однородного электрического поля, равна:

. $$F = m\Delta g \qquad (1.1.34)$$

На основании соотношений (1.1.33) и (1.1.34) получаем:

$$g_2 = \frac{T_1^2}{T_2^2} g_1; \quad \Delta g = g_1 \left(\frac{T_1^2}{T_2^2} - 1 \right) \tag{1.1.35}$$

и

$$F = mg_1 \left(\frac{T_1^2}{T_2^2} - 1 \right).$$

В результате действия электрического поля ускорение стало больше ускорения свободного падения; следовательно, эта сила направлена так же, как сила тяжести mg. Это возможно в том случае, когда отрицательный заряд $-q$ помещен в поле, напряженность которого направлена вертикально вверх.

Разность потенциалов U между пластинами плоского конденсатора равна:

$$U = Ed \tag{1.1.36}$$

Из определения напряженности

$$E = \frac{F}{q}, \tag{1.1.37}$$

Длина маятника из уравнения (1.1.32) равна:

$$l_1 = \frac{T_1^2 g_1}{4\pi^2}.$$

Расстояние между пластинами

$$d = l_1 + \Delta d \tag{1.1.38}$$

Подставляя (1.1.37) и (1.1.38) в уравнение (1.1.36), получим;

$$U = \frac{F}{q}(l_1 + \Delta d). \tag{1.1.39}$$

Напряженность поля плоского конденсатора

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}.$$

Отсюда

$$\sigma = E\varepsilon\varepsilon_0 = \frac{F}{q}\varepsilon\varepsilon_0. \tag{1.1.40}$$

Подстановка числовых данных в уравнения (1.1.35), (1.1.39), (1.1.40) дает следующие результаты:

$$F = 0{,}05 \text{ Н}; \; U = 1{,}3 \cdot 10^6 \text{ В};$$

$$\sigma = 4{,}9 \cdot 10^{-5} \frac{Кл}{м^2}.$$

Индивидуальные задания

1.1.1 Два заряженных шарика, подвешенных на нитях одинаковой длины, опускаются в керосин плотностью ρ = 0,8 г/см^3. Какой должна быть плотность материала шариков, чтобы угол расхождения нитей в воздухе и в керосине был один и тот же? Ответ: $\rho = \dfrac{\varepsilon p_k}{\varepsilon - 1}$ ρ = 1,6 г/см3

1.1.2. В вершинах равностороннего треугольника находятся одинаковые положительные заряды q = 2нКл. Какой отрицательный заряд Q необходимо поместить в центре треугольника, чтобы сила притяжения с его стороны уравновесила силы отталкивания положительных зарядов? Ответ: $Q = \dfrac{\pi g d^3 (\rho - \rho_1)}{6E}$; Q =16,1 нКл

1.1.3. В вершинах квадрата со стороной a расположены четыре заряда. Определить напряженность электрического поля на перпендикуляре, восставленном из центра квадрата, как функцию расстояния x до плоскости квадрата.

Ответ: $E = \dfrac{a \cdot q}{2\pi\varepsilon_0 \left(\dfrac{x^2 + a^2}{2} \right)^{\frac{3}{2}}}$

1.1.4. Два шарика одинаковых радиуса и массы подвешены на нитях одинаковой длины так, что их поверхности соприкасаются. После сообщения шарикам заряда q_0 = 0,4 мкКл они оттолкнулись друг от друга и разошлись на угол $2a$ = 60º. Найти массу каждого шарика, если расстояние от центра шарика до точки подвеса l = 20см.

Ответ: $m = \dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon \cdot 4l^2 g \cdot \sin^2 \alpha tg\alpha}$; m = 15,6 г

1.1.5. Четыре положительных заряда связаны друг с другом пятью нитями. Длина каждой нити l. Определить силу натяжения нити, связывающей заряды Q между собой.

Ответ: $T = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0 l^2} \left(Q^2 - \dfrac{q^2}{3\sqrt{3}} \right)$

1.1.6. Дана заряженная бесконечная плоскость и одноименно заряженный шарик, подвешенный на нити, с массой m = 1г и зарядом q = 1нКл. Какой угол a с плоскостью образует нить, на которой висит шарик? Ответ: α=13˚

1.1.7. Расстояние l между зарядами q = ±2нКл равно 20 см. Определить напряженность электрического поля, созданного этими зарядами в точке, находящейся на расстоянии r_1 = 15см от положительного и r_2 = 10см от отрицательного.

Ответ: E=2,14 кВ/м

1.1.8 В вершинах квадрата со стороной 5 см находятся одинаковые положительные заряды q = 2нКл. Определить напряженность электрического поля, созданного всеми зарядами в середине одной из сторон квадрата.

Ответ: $E_1 = 0$; $E_2 = \dfrac{4Q}{5\sqrt{5}\pi\varepsilon_0 a^2}$; E_2 = 10, 3 кВ/м

1.1.9.Кольцо радиусом r = 5см из тонкой проволоки равномерно заряжено с линейной плотностью τ = 14нКл/м, определить напряженность электрического поля на оси, проходящей через центр кольца, в точке, удаленной на расстояние a = 10см от центра кольца.

Ответ: $E = \dfrac{2\pi r a \tau}{4\pi\varepsilon_0 \left(a^2 + r^2\right)^{\frac{3}{2}}}$; E = 2,83 кВ/м

1.1.10. Плотность равномерно заряжена, поверхностная плотность σ = 0,88 Кл/м2. Найдите напряженность поля в центре полусферы.

Ответ: $E = \dfrac{\sigma}{4\varepsilon_0}$; E = 2,5 кВ/м

1.1.11. Две длинные одноименно заряженные нити расположены на расстоянии r = 10см друг от друга. Линейная плотность заряда на нитях $\tau_1 = \tau_2$ = 10мкКл/м. Найти модуль и направление напряженности результирующего электрического поля в точке, удаленной на a = 10см от каждой нити. Ответ: E = 3,12 мВ/м

1.1.12. С большого расстояния к металлической плоскости движется тело массы m, имеющее заряд q. Определите скорость тела в тот момент, когда оно будет находится на расстоянии d от плоскости. Начальная скорость тела равна нулю, его размеры много меньше d.

Ответ: $\upsilon = \dfrac{q}{\sqrt{8\pi\varepsilon_0 m d}}$

1.1.13. Напряженность электрического поля на оси заряженного кольца имеет максимальное значение на расстоянии L от центра кольца. Во сколько раз напряженность электрического поля в точке, расположенной на расстоянии 0,5L от центра кольца, будет меньше максимального значения напряженности?

Ответ: в 1,3 раза

1.1.14. С какой силой действует электрический заряд q на равномерно заряженную бесконечную плоскость. Чему равна напряженность электрического поля плоскости. Поверхностная плотность заряда плоскости σ

Ответ: $F = \dfrac{q\sigma}{2\varepsilon_0}$; $E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

1.1.15. Около заряженной бесконечно протяженной плоскости находится точечный заряд q=0,66 нКл. Заряд перемещается по линии напряженности поля на расстоянии ΔR = 2 см; при этом совершается работа A=50 эрг. Найти поверхностную плотность заряда σ на плоскости. Ответ: $\sigma = \dfrac{2A\varepsilon_0\varepsilon}{q\Delta R} = 6{,}6 мкКл / м$

1.1.16. Электростатическое поле создается положительно заряженной бесконечной нитью с постоянной линейной плотностью τ = 1нКл/см. Какую скорость приобретет электрон, приблизившись под действием поля к нити вдоль линии напряженности с расстояния r_1 = 1,5см до r_2 = 1см? Начальная скорость электрона равна нулю.

Ответ: $\upsilon = \sqrt{\dfrac{e\tau}{\pi\varepsilon_0 m}\ln\dfrac{r_1}{r_2}}$; υ=16 мм/с

1.1.17. На продолжении оси равномерно заряженного стержня длинной l = 20 см находится точечный заряд q_1=40 НКл. Определите линейную плотность заряда τ на стержне, если заряд и стержень взаимодействуют с силой F= 6 мкН.

Ответ: $\tau = \dfrac{4\pi\varepsilon_0 a(a+l)F}{q_1 l}$; τ = 2,5 нКл/м

1.1.18. По тонкому полукольцу радиуса = 10см равномерно распределен заряд с линейной плотностью τ = 1мкКл/м. Определить напряженность электрического поля, создаваемого распределенным зарядом в точке O, совпадающей с центром кольца.

Ответ: $E = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \cdot \dfrac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 R}$

1.1.19. Бесконечный тонкий стержень, ограниченный с одной стороны, несет равномерно распределенный заряд с линейной плотностью τ = 0,5 мкКл/м. Определить напряженность электрического поля, создаваемого распределенным зарядом в точке *A*, лежащей на оси стержня на расстоянии *a* = 20см от его начала.

Ответ: $E = \dfrac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 a}$; *E*=36 В/м

1.1.20. Электростатическое поле создается положительно заряженной поверхностной плотностью σ = 10нКл/м бесконечной плоскостью. Какую работу надо совершить для того, чтобы перенести электрон вдоль линии напряженности с расстояния 2см до =1см?

Ответ: $A = \dfrac{e\sigma(r_1 - r_2)}{2\varepsilon_0}$; A = $9\cdot10^{-19}$ Дж

1.1.21. Одинаковые заряды *q* = 100нКл расположены в вершинах квадрата со стороной *a* = 10см. Определить потенциальную энергию этой системы зарядов.

Ответ: $U = \dfrac{Q(4+\sqrt{2})}{4\pi\varepsilon_0 a}$; *U* = 4,87 м Дж

1.1.22. Кольцо радиусом *r* = 5см из тонкой проволоки несет равномерно распределенный заряд *q* = 10нКл. Определить потенциал электростатического поля: 1) в центре кольца; 2) на оси, проходящей через центр кольца, в точке, удаленной на расстояние *a* = 10см от центра кольца. Ответ: $\varphi_0 = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$; $\varphi_A = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{r_1 + a_2}}$; φ_0 = 1,8 кВ; φ_A =0,8 В

1.1.23. На кольце с внутренним радиусом 80 см и внешним – 1 м равномерно распределен заряд 10 нКл. Определить потенциал поля в центре кольца. Ответ: φ = 80 В

1.1.24.Определить линейную плотность заряда бесконечно длинной заряженной нити, если работа сил поля по перемещению заряда *q* = 1нКл с расстояния r_1 = 5см до r_2 = 2см в направлении, перпендикулярном нити, равна 50 мкДж.

Ответ: $\tau = \dfrac{2\pi\varepsilon_0 A}{Q\ln\dfrac{r_1}{r_2}}$; τ = 3,03 мкКл/м

1.1.25.Электростатическое поле создается бесконечной плоскостью, равномерно заряженнй с поверхностью σ = 1нКл/м^2. Определить разность потенциалов между двумя точками этого поля, лежащими на расстоянии x_1=20 см и x_2= 50 см от плоскости.

Ответ: $\varphi_1-\varphi_2=\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}(x_1-x_2)$; φ_1-φ_2 = 16,9 В.

1.1.26.Электростатическое поле создается сферой радиусом R = 5см равномерно заряженной с поверхностной плотностью σ = 1нКл/м^2. Определить разность потенциалов между двумя точками поля, лежащими на расстояниях r_1 = 10см и r_2 = 15см от центра сферы.

Ответ: $\varphi_1-\varphi_2=\dfrac{\sigma R^2\left(\dfrac{1}{r_1}-\dfrac{1}{r_2}\right)}{\varepsilon_0}$; φ_1-φ_2 = 0,94 В.

1.1.27.Электростатическое поле создается равномерно заряженным по объему шаром радиусом R = 1м с общим зарядом q = 50нКл. Определить разность потенциалов для точек, лежащих от центра шара на расстояниях r_1 = 0,3м и r_2 = 0,8м .

Ответ: $\Delta\varphi$ =75 В; $\Delta\varphi$ =127 В.

1.1.28. Электростатическое поле создается бесконечным цилиндром радиусом 8 мм, равномерно заряженным с линейной плотностью заряда τ = 10нКл/м. Определить разность потенциалов между двумя точками этого поля, лежащими на расстоянии r_1 = 2мм и r_2 = 7мм от поверхности этого цилиндра.

Ответ: $\varphi_1-\varphi_2=\dfrac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\ln\dfrac{R+r_2}{R+r_1}$; φ_1-φ_2 =73 В

1.1.29. Электростатическое поле создается равномерно заряженной сферической поверхностью радиусом R = 10 см с общим зарядом q = 15 нКл. Определите разность потенциалов между двумя точками этого поля, лежащими на расстояниях r_1 = 5см и r_2 = 15 см от поверхности сферы. Ответ: $\Delta\varphi$ = 360 В.

1.1.30.Электростатическое поле создается шаром радиусом R = 8 см, равномерно заряженным с объмной плотнлстью ρ = 10 нКл/м . Определите разность потенциалов между двумя точками поля, лежащими на расстоянии r_1=10см и r_2=15 см от центра шара.

Ответ: $\Delta\varphi$ = 0,64В