

ПРОГРАММА КУРСА

1. Введение в анализ. Теория пределов. Непрерывность.
2. Производная функции одной переменной. Связь непрерывности и дифференцируемости. Дифференциал.
3. Производная функций, заданных неявно и параметрически. Логарифмическое дифференцирование.
4. Правило Лопиталя.
5. Применение производной к исследованию функций.
6. Дифференциальное исчисление функций двух переменных. Частные производные.
7. Частные и полный дифференциалы.
8. Скалярное поле: градиент, производная по направлению.
9. Экстремумы и нахождение наибольшего и наименьшего значений функции двух переменных, непрерывной в замкнутой области.
10. Неопределённый интеграл. Методы интегрирования.
11. Определённый интеграл.
12. Приложение определённого интеграла.
13. Несобственные интегралы.
14. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка: с разделяющимися переменными, однородные, линейные.
15. Уравнения, допускающие понижение порядка.
16. Линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами: однородные и неоднородные.
17. Числовые ряды. Необходимый признак сходимости.
18. Признаки сравнения: Даламбера, Коши, интегральный.
19. Степенные ряды.
20. Разложение в ряд Тейлора функций: $\sin x$, $\cos x$, e^x , $(1+x)^m$, $\ln x$, $\arctg x$ и др.
21. Применение рядов в приближенных вычислениях.

Условия сдачи экзамена

Для сдачи экзамена студенту необходимо выполнить на положительные оценки контрольную работу и итоговый тест. При решении примеров и задач нужно по ходу решения приводить применяемые формулы и делать необходимые пояснения.

Литература

Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. Т. 1, 2. - М.: Высш. шк., 1981.

Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления. Т. 1, 2. - М.: Наука, 1984.

Данко П.Е., Попов А.Г., Консевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Т. 1, 2. - М.: Высш. шк., 1995.

Последнее пособие рекомендуем в качестве базового.

Студент должен выполнить контрольные задания по варианту, номер которого совпадает с последней цифрой номера зачетной книжки.

Вариант	Номера заданий
1	1,1: 2,1: 3,1: 4,1: 5,1: 6,1: 7,1: 8,1: 9,1: 10,1: 11,1: 12,1
2	1,2: 2,2: 3,3: 4,3: 5,3: 6,3: 7,3: 8,3: 9,3: 10,2: 11,2: 12,2
3	1,3: 2,3: 3,3: 4,3: 5,3: 6,3: 7,3: 8,3: 9,3: 10,3: 11,3: 12,3
4	1,4: 2,4: 3,4: 4,4: 5,4: 6,4: 7,4: 8,4: 9,4: 10,4: 11,4: 12,4
5	1,5: 2,5: 3,5: 4,5: 5,5: 6,5: 7,5: 8,5: 9,5: 10,5: 11,5: 12,5
6	1,6: 2,6: 3,6: 4, 6: 5,6: 6,6: 7,6: 8,6: 9,6: 10,6: 11,6: 12,6
7	1,7: 2,7: 3,7: 4,7: 5,7: 6,7: 7,7: 8,7: 9,7: 10,7: 11,7: 12,7
8	1,8: 2,8: 3,8: 4,8: 5,8: 6,8: 7,8: 8,8: 9,8: 10,8: 11,8: 12,8
9	1,9: 2,9: 3,9: 4,9: 5,9: 6,9: 7,9: 8,9: 9,9: 10,9: 11,9: 12,9
10	1,10: 2,10: 3,10: 4,10: 5,10: 6,10: 7,10: 8,10: 9,10: 10,10 11,10: 12,10

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

1. Вычислить пределы, не пользуясь правилом Лопиталья.

1.1. а) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2}$, б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{5x^2}$, в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-1} \right)^x$.

1.2. а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13}-2\sqrt{x+1}}{x^2-9}$, б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 4x}{x^2}$, в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{2x+5} \right)^{x-1}$.

1.3. а) $\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt[4]{x}-2}{\sqrt{x}-4}$, б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{4x}$, в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+2}{3x-4} \right)^{x-2}$.

1.4. а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{\sqrt{x}-1}$, б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\operatorname{tg} 5x}$, в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+3}{4x-1} \right)^{2x}$.

1.5. а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2-5x-2}{2x^2-x-6}$, б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sin 2x}$, в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x-1}{5x+4} \right)^{2x+1}$.

1.6. а) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{2x^2+15x+25}{5-4x-x^2}$, б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}$, в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{3x-4} \right)^{2x}$.

1.7. а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1}-3}{x^3-8}$, б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x}{\sin x + \sin 7x}$, в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x-1} \right)^{3-2x}$.

1.8. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2-3x+1}{3x^2+x-5}$, б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+x}-3}{x^2+x}$, в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x}{3x+2} \right)^{x-4}$.

1.9. а) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2-2x-8}{2x^2+5x+2}$, б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 4x}{x \sin x}$, в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x}{3x+4} \right)^{-2x}$.

1.10. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4-5x^2-3x^5}{x^5+6x+8}$, б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{2 \sin x}$, в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1-x}{2-x} \right)^{3x}$.

2. Вычислить производную y'_x .

2.1. а) $y = (3^{\sin 2x} - \cos^2 2x)^3$, б) $y = \left(\frac{x}{x+1} \right)^x$, в) $y^2 \cos x = 4 \sin 3x$.

2.2. а) $y = \ln^3(1 + \cos x)$, б) $y = \arcsin x$, в) $x - y = \arcsin x - \arcsin y$.

2.3. а) $y = \ln \arcsin \sqrt{1-x^2}$, б) $y = x^{\operatorname{tg} x}$, в) $2^x + 2^y = 2^{x+y}$.

- 2.4. а) $y = e^{x^2} \ln \operatorname{tg} 5x$, б) $y = (\cos 5x)^{x^3}$, в) $2y \ln y - x = 0$.
- 2.5. а) $y = \log_4 \log_2 \operatorname{tg} x$, б) $y = x^{\arcsin x}$, в) $y = \cos(x+y)$.
- 2.6. а) $y = \ln^5(1 + \cos x)$, б) $y = (x-5)^{\operatorname{ch} x}$, в) $y = \cos xy + x$.
- 2.7. а) $y = \ln \sin \frac{2x+4}{x+1}$, б) $y = (x^2+1)^{\cos x}$, в) $x^4 + y^4 = x^2 y^2$.
- 2.8. а) $y = \ln^3 \operatorname{tg}(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2})$, б) $y = (\operatorname{sh} 2x)^{\operatorname{ch} 2x}$, в) $x \sin y - \cos y + \cos 2y = 0$.
- 2.9. а) $y = \cos x \sqrt{1 + \sin^2 x}$, б) $y = x^{\sin x^3}$, в) $y = x + \operatorname{arctg} y$.
- 2.10. а) $y = \ln \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{x}}$, б) $y = (x^2-1)^{\operatorname{sh} x}$, в) $x^2 \sin y - y \cos x = 0$.

3. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию и построить её график.

3.1. $y = \frac{x^3+4}{x^2}$, 3.2. $y = (2x+3)e^{-x}$,

3.3. $y = \frac{x^2-x+1}{x-1}$, 3.4. $y = \frac{e^x}{x}$,

3.5. $y = \frac{4-x^3}{x^2}$, 3.6. $y = x^2 e^{-x}$,

3.6. $y = \frac{x^2-4x+1}{x-4}$, 3.7. $y = \ln(1+e^{-x})$,

3.8. $y = \frac{1}{x^4-1}$, 3.10. $y = (3-x)e^{x-2}$.

4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z=f(x,y)$ в замкнутой области D , заданной системой неравенств.

4.1. $z=x^2+2xy-4x+8y$; $D: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$.

4.2. $z=4xy-x^2+y^2+7$; $D: x \geq 0, y \geq 0, x+y \leq 6$.

4.3. $z=x^2+xy+y^2-2x-y$; $D: x \leq 1, y \geq 0, y \leq x$.

4.4. $z=6xy-x^2-y^2$; $D: 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 3$.

4.5. $z=(x-y)^2+2y^2-2$; $D: x \geq 0, y \geq 0, x+y \leq 3$.

4.6. $z=2xy-3x^2-2y^2+10$; $D: x \geq 1, y \geq -1, x+y \leq 1$.

4.7. $z=x^2+xy+y^2+x-y+1$; $D: -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$.

4.8. $z=x^2+y^2-6xy-39x+18y+20$; $D: x \geq -1, y \geq -1, x+y \leq 1$.

4.9. $z=x^2+y^2-2x+4y-11$; D: $0 \leq x \leq 4, -2 \leq y \leq 2$.

4.10. $z=2x^2-6xy-y^2-4x+5$; D: $-1 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 0$.

5. Для функции $z=f(x,y)$ найти: а) $\text{grad } z$ в точке А; б) производную функцию в направлении АВ.

5.1. $z=\ln(x+e^{-y})$, А(1;0), В(2;3).

5.2. $z = xe^{\frac{y}{x}}$, А(1;1), В(3;4).

5.3. $z = \text{arctg} \frac{x}{y}$, А(1;1), В(3;5).

5.4. $z=\ln(x+e^y)$, А(1;0), В(2;1).

5.5. $z=e^{xy}$, А(1;1), В(3;4).

5.6. $z = e^{\frac{y}{x}}$, А(1;2), В(-1;1).

5.7. $z=\ln(e^{-x}+y)$, А(0;1), В(3;5).

5.8. $z = ye^{\frac{x}{y}}$, А(0;1), В(2;5).

5.9. $z=x^y$, А(2;1), В(1;2).

5.10. $z = \frac{y}{x}$, А(2;1), В(4;3).

6. Вычислить неопределённый интеграл.

6.1. а) $\int (4-3x)e^{-3x} dx$, б) $\int \frac{x^3+1}{x^2-x} dx$, в) $\int \frac{x+\sqrt{1+x}}{\sqrt[3]{1+x}} dx$.

6.2. а) $\int (3x+4)e^{3x} dx$, б) $\int \frac{3x^3+1}{x^2-1} dx$, в) $\int \sin 3x \cos 5x dx$.

6.3. а) $\int (4x-2) \cos 2x dx$, б) $\int \frac{x^3-17}{x^2-4x+3} dx$, в) $\int \frac{xdx}{\sqrt{(1-x)^3}}$.

6.4. а) $\int (4-16x) \sin 4x dx$, б) $\int \frac{2x^3+5}{x^2-x-2} dx$, в) $\int \cos^4 3x dx$.

6.5. а) $\int (1-6x)e^{2x} dx$, б) $\int \frac{2x^3-1}{x^2+x-6} dx$, в) $\int \sin^5 x dx$.

6.6. а) $\int \ln(x^2+4) dx$, б) $\int \frac{3x^3+25}{x^3+3x+2} dx$, в) $\int \frac{dx}{1+\sqrt{x+1}}$.

6.7. а) $\int e^{-2x}(4x-3) dx$, б) $\int \frac{3x^3-2}{x^3-x} dx$, в) $\int tg^3 x dx$.

$$6.8. \quad a) \int \ln(4x^2 + 1) dx, \quad б) \int \frac{x^5 + 3x^3 - 1}{x^2 + x} dx, \quad в) \int \sin^2 x \cos^3 x dx.$$

$$6.9. \quad a) \int (5x + 6) \cos 2x dx, \quad б) \int \frac{2x^5 - 8x^3 + 3}{x^2 - 2x} dx, \quad в) \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+2}} dx.$$

$$6.10. \quad a) \int (x+5) \sin 3x dx, \quad б) \int \frac{-x^5 + 25x^3 + 1}{x^2 + 5x} dx, \quad в) \int \frac{\sqrt{x}}{1+x} dx.$$

7. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$7.1. \quad \int_{-3}^5 \frac{dx}{\sqrt[3]{x+3}}, \quad 7.2. \quad \int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx,$$

$$7.3. \quad \int_e^{\infty} \frac{dx}{x \ln x}, \quad 7.4. \quad \int_4^5 \frac{dx}{(x-4)^2},$$

$$7.5. \quad \int_1^2 \frac{x}{x-4} dx, \quad 7.6. \quad \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 t g x dx,$$

$$7.7. \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin^3 x} dx, \quad 7.8. \quad \int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 5},$$

$$7.9. \quad \int_{-1}^0 \frac{dx}{\sqrt{(x+1)^3}}, \quad 7.10. \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} ctg x dx.$$

8. Сделать чертёж и вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной заданными линиями.

$$8.1. \quad 3x^2 - 4y = 0, \quad 2x - 4y + 1 = 0.$$

$$8.2. \quad 3x^2 + 4y = 0, \quad 2x - 4y - 1 = 0.$$

$$8.3. \quad 2x + 3y^2 = 0, \quad 2x + 2y + 1 = 0.$$

$$8.4. \quad 3x^2 - 2y = 0, \quad 2x - 2y + 1 = 0.$$

$$8.5. \quad 4x - 3y^2 = 0, \quad 4x + 2y - 1 = 0.$$

$$8.6. \quad y = x^3 + 1, \quad x = 0, \quad y = x - 3, \quad x = 2.$$

$$8.7. \quad y = x^3 - 2, \quad x = 0, \quad y = x + 2, \quad x = -3.$$

$$8.8. \quad 4x - 3y^2 = 0, \quad 4x + 2y - 1 = 0.$$

$$8.9. \quad y = x^3 + 3, \quad x = 0, \quad y = x + 7, \quad x = -2.$$

$$8.10. \quad 2x - 3y^2 = 0, \quad 2x + 2y - 1 = 0.$$

12. Найти область сходимости степенного ряда.

$$12.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{\sqrt[n]{n}} x^n,$$

$$12.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} x^n,$$

$$12.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} x^n,$$

$$12.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n!} x^n,$$

$$12.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2^n(n^2+1)} x^n,$$

$$12.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} x^n,$$

$$12.7. \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n x^n,$$

$$12.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!} x^n,$$

$$12.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{\sqrt{(2n-1)3^n}} x^n,$$

$$12.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n \sqrt{3n-1}} x^n,$$

ИТОГОВЫЙ ТЕСТ

1. Вычислить пределы, не пользуясь правилом Лопиталья.

1.1. а) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-5}{x^2-25}$, б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{2x}$, в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{1+x} \right)^n$.

Варианты ответов:

а) 1) 0,3; 2) 0,1; 3) 0,4; 4) 0,7.

б) 1) $\frac{5}{3}$; 2) $\frac{4}{3}$; 3) $\frac{5}{2}$; 4) $\frac{4}{5}$.

в) 1) e^{-2} ; 2) e^{-1} ; 3) e ; 4) e^2 .

1.2. а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x^2-x}$, б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{x}$, в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^{\frac{x+1}{x}}$.

Варианты ответов:

а) 1) 2; 2) 2,3; 3) 4; 4) 3,4.

б) 1) 4; 2) 3; 3) 2; 4) 2,5.

в) 1) 2; 2) 4; 3) 1; 4) 3.

1.3. а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-3x-2}{x^3-8}$, б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 5x}$, в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x+2} \right)^{3x+2}$.

Варианты ответов:

а) 1) $\frac{3}{5}$; 2) $\frac{2}{5}$; 3) $\frac{3}{4}$; 4) $\frac{1}{4}$.

б) 1) 0,2; 2) 0,4; 3) 0,6; 4) 0,3.

в) 1) e^{-3} ; 2) e^{-1} ; 3) e^{-2} ; 4) e^3 .

1.4. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x}$, б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\sin 2x}$, в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-4}{x+5} \right)^{\frac{x^2}{x}}$.

Варианты ответов:

а) 1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{1}{3}$; 3) $\frac{2}{3}$; 4) $\frac{3}{2}$.

б) 1) 1,4; 2) 1,6; 3) 1,7; 4) 1,5.

в) 1) $e^{-\frac{4}{5}}$; 2) $e^{-\frac{3}{5}}$; 3) $e^{-\frac{2}{5}}$; 4) $e^{-\frac{1}{5}}$.

1.5. а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x-2}-1}{x-3}$, б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 7x}{5x^2}$, в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-1} \right)^{\frac{x^2}{x}}$.

Варианты ответов:

а) 1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{1}{3}$; 3) $\frac{4}{3}$; 4) $\frac{1}{4}$.

б) 1) 4,8; 2) 4,9; 3) 4,7; 4) 4,5.

в) 1) e^2 ; 2) e ; 3) e^3 ; 4) e^{-2} .

$$1.6. \quad a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}, \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 6x}{3x}, \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - 4x + 2} \right)^x$$

Варианты ответов:

a) 1)1; 2)4; 3)3; 4)2.

б) 1)1; 2)3; 3)2; 4)6.

в) 1) e ; 2) e^3 ; 3) e^2 ; 4) e^{-1} .

$$1.7. \quad a) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1}-2}{x-5}, \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\operatorname{tg} 7x}, \quad в) \lim_{x \rightarrow 0} \left(+ \operatorname{tg}^2 \sqrt{x} \right)^{\frac{1}{2x}}.$$

Варианты ответов:

a) 1) $\frac{1}{3}$; 2) $\frac{1}{2}$; 3) $\frac{2}{5}$; 4) $\frac{1}{4}$.

б) 1) $\frac{3}{5}$; 2) $\frac{3}{7}$; 3) $\frac{7}{3}$; 4) $\frac{5}{3}$.

в) 1) \sqrt{e} ; 2) $\sqrt[3]{e}$; 3) $2\sqrt{e}$; 4) e .

$$1.8. \quad a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}, \quad б) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin(2x-\pi)}{x-\frac{\pi}{2}}, \quad в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}.$$

Варианты ответов:

a) 1)1; 2)0; 3)2; 4)4.

б) 1)1; 2)4; 3)3; 4)2.

в) 1)0; 2)1; 3)2; 4)0,5.

$$1.9. \quad a) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x}), \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos 7x}{x^2}, \quad в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-3x)}{x}.$$

Варианты ответов:

a) 1)0; 2)1; 3)2; 4)3.

б) 1)12; 2)11; 3)10; 4)21.

в) 1) -2 ; 2) -1 ; 3) -4 ; 4) -3 .

$$1.10. \quad a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{\sqrt{x^2+16}-4}, \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 4x}{x^2}, \quad в) \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x}{3} \right)^{\frac{1}{x-3}}.$$

Варианты ответов:

a) 1)2; 2)1; 3)3; 4)4.

б) 1)7; 2)5; 3)8; 4)1.

в) 1) \sqrt{e} ; 2) $\sqrt[3]{e}$; 3) e ; 4) e^2 .

2. Вычислить производную y_x .

2.1. а) $y = \frac{x}{\sin x + \cos x}$, б) $y = x^{x^2}$, в) $x = a \cos t$, $y = b \sin t$.

Варианты ответов:

а) 1) $\frac{\sin x + \cos x + x(\sin x - \cos x)}{1 + \sin 2x}$, 2) $\frac{\sin x + \cos x}{1 + \sin 2x}$, 3) $\frac{\sin x - \cos x + (\sin x + \cos x)}{1 + \sin 2x}$, 4) $\frac{\sin x - \cos x}{1 + \sin 2x}$.

б) 1) $x^{x^2} (2 \ln x + 1)$, 2) $x^{x^2+1} (2 \ln x + 1)$, 3) $2x^{x^2} \ln x$, 4) $x^{x^2+1} (2 \ln x - 1)$.

в) 1) $-\frac{b}{a} \operatorname{ctg} t$, 2) $\frac{b}{a} \operatorname{ctg} t$, 3) $-\frac{a}{b} \operatorname{ctg} t$, 4) $\frac{a}{b} \operatorname{ctg} t$.

2.2. а) $y = \sqrt{1 + 2 \operatorname{tg} x}$, б) $y = (\ln x)^x$, в) $x = a \cos^3 t$, $y = b \sin^3 t$.

Варианты ответов:

а) 1) $\frac{1}{\sqrt{1+2 \operatorname{tg} x} \cdot \sin^2 x}$, 2) $\frac{1}{\sqrt{1+2 \operatorname{tg} x} \cdot \cos^2 x}$, 3) $\frac{2}{\sqrt{1+2 \operatorname{tg} x} \cdot \cos^2 x}$, 4) $\frac{2}{\sqrt{1+2 \operatorname{tg} x} \cdot \sin^2 x}$.

б) 1) $\ln x \left(\frac{1}{x} + \ln \ln x \right)$, 2) $(\ln x)^x \left(\frac{1}{x} + \ln \ln x \right)$, 3) $(\ln x)^2 \ln \ln x$, 4) $(\ln x)^x \ln \ln x$.

в) 1) $\frac{b}{a} \operatorname{tg} t$, 2) $-\frac{b}{a} \operatorname{tg} t$, 3) $\frac{a}{b} \operatorname{tg} t$, 4) $-\frac{a}{b} \operatorname{tg} t$.

2.3. а) $y = \sin \sqrt{1 + x^2}$, б) $y = x^{\ln x}$, в) $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$.

Варианты ответов:

а) 1) $\frac{x \sin \sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}}$, 2) $-\frac{x \sin \sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}}$, 3) $\frac{x \cos \sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}}$, 4) $-\frac{x \cos \sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}}$.

б) 1) $x^{\ln x-1} \ln x$, 2) $x^{\ln x+1} \ln x$, 3) $2x^{\ln x+1} \ln x$, 4) $2x^{\ln x-1} \ln x$.

в) 1) $\frac{\sin t}{1 - \cos t}$, 2) $\frac{\sin t}{1 + \cos t}$, 3) $\frac{\cos t}{1 - \sin t}$, 4) $\frac{\cos t}{1 + \sin t}$.

2.4. а) $\sin(\sin x)$, б) $y = x^{\frac{1}{x}}$, в) $x = 1 - t^2$, $y = t - t^3$.

Варианты ответов:

а) 1) $\cos(\sin x) \sin x$, 2) $\cos(\cos x) \sin x$, 3) $\sin(\cos x) \cos x$, 4) $\cos(\sin x) \cos x$.

б) 1) $x^{\frac{1-x}{x}} (1 - \ln x)$, 2) $x^{\frac{1}{x}+2} (1 - \ln x)$, 3) $x^{\frac{1-x}{x}} (1 + \ln x)$, 4) $x^{\frac{1}{x}+2} (1 + \ln x)$.

в) 1) $\frac{3t-1}{2t}$, 2) $\frac{3t^2+1}{2t}$, 3) $\frac{3t-1}{2t^2}$, 4) $\frac{3t+1}{2t^2}$.

2.5. а) $y = (1 + \sin^2 x)^4$, б) $y = 2x^{\sqrt{x}}$, в) $x = \frac{t+1}{t}$, $y = \frac{t-1}{t}$.

Варианты ответов:

а) 1) $4(1 + \sin^2 x)^3 \sin 2x$, 2) $4(1 + \sin^2 x)^2 \sin 2x$, 3) $4(1 + \cos^2 x)^3 \cos 2x$,
4) $4(1 + \cos^2 x)^2 \cos 2x$.

б) 1) $x^{\sqrt{x}+\frac{1}{2}} (2 + \ln x)$, 2) $x^{\sqrt{x}-\frac{1}{2}} (2 + \ln x)$, 3) $x^{\sqrt{x}+\frac{1}{2}} (2 - \ln x)$, 4) $x^{\sqrt{x}-\frac{1}{2}} (2 - \ln x)$.

в) 1) -2 ; 2) 2 ; 3) -1 ; 4) 1 .

2.6. $a)y = \sin^2(\cos 3x), \bar{\sigma})y = (\sin x)^{\lg x}, \theta)x = \ln(1+t^2), y = t - \arctgt.$

Варианты ответов:

a) 1) $3 \sin 3x \sin(2 \cos 3x), 2) -3 \sin 3x \sin(2 \cos 3x), 3) 3 \cos 3x \sin(2 \cos 3x),$
4) $3 \cos 3x \cos(2 \sin 3x).$

б) 1) $(\sin x)^{\lg x} \cdot (1 + \sec^2 x \cdot \ln \sin x), 2) (\sin x)^{\lg x} \cdot (1 - \sec^2 x \cdot \ln \sin x),$
3) $(\sin x)^{\lg x} \cdot (1 + \sec^2 x \cdot \ln \cos x), 4) (\sin x)^{\lg x} \cdot (1 - \sec^2 x \cdot \ln \cos x).$

в) 1) $\frac{t}{2}; 2) \frac{t}{3}; 3) \frac{t}{4}; 4) -\frac{t}{2}.$

2.7. $a)y = (\arcsin x)^2, \bar{\sigma})y = x^x, \theta)x = t(1 - \sin t), y = t \cos t.$

Варианты ответов:

a) 1) $\frac{2 \arcsin x}{\sqrt{x^2-1}}, 2) \frac{2 \arccos x}{\sqrt{1-x^2}}, 3) \frac{2 \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}, 4) \frac{2 \arccos x}{\sqrt{x^2-1}}.$

б) 1) $x^x(1 - \ln x), 2) x^x(1 + \ln x), 3) x^{x-1}(1 - \ln x), 4) x^{x-1}(1 + \ln x).$

в) 1) $\frac{\cos t + t \sin t}{1 - \sin t - t \cos t}, 2) \frac{\cos t - t \sin t}{1 - \sin t + t \cos t}, 3) \frac{\cos t + t \sin t}{1 + \sin t - t \cos t}, 4) \frac{\cos t - t \sin t}{1 + \sin t + t \cos t}.$

2.8. $a)y = x \arcsin x + \sqrt{1-x^2}, \bar{\sigma})y = x^{\sin x}, \theta)x = \frac{1+t^3}{t^2-1}, y = \frac{1}{t^2-1}.$

Варианты ответов:

a) 1) $-\arcsin x, 2) \arccos x, 3) -\arccos x, 4) \arcsin x.$

б) 1) $x^{\sin x} \cdot (\cos x \ln x + \frac{\sin x}{x}), 2) x^{\sin x} \cdot (\cos x \ln x - \frac{\sin x}{x}), 3) x^{\sin x} \cdot (\sin x \ln x + \frac{\cos x}{x}),$
4) $x^{\sin x} \cdot (\sin x \ln x - \frac{\cos x}{x}).$

в) 1) $\frac{1-t^2}{t(2+3t-t^3)}, 2) \frac{1-t^2}{t(2-3t+t^3)}, 3) \frac{2t}{t(2-3t-t^3)}, 4) \frac{2t}{t(2+3t-t^3)}.$

2.9. $a)y = \arcsin(x-1), \bar{\sigma})y = (\sin x)^x, \theta)x = e^t \cos t.$

Варианты ответов:

a) 1) $\frac{1}{\sqrt{2x-x^2}}, 2) \frac{1}{\sqrt{x^2-2x}}, 3) \frac{2}{\sqrt{x-x^2}}, 4) \frac{2}{\sqrt{x^2-x}}.$

б) 1) $(\sin x)^x \cdot (\ln \cos x + x \operatorname{ctg} x), 2) (\sin x)^x \cdot (\ln \cos x + x \operatorname{tg} x),$
3) $(\sin x)^x \cdot (\ln \sin x + x \operatorname{ctg} x), 4) (\sin x)^x \cdot (\ln \sin x + x \operatorname{tg} x).$

в) 1) $\frac{1-tg t}{1+tg t}, 2) \frac{1+tg t}{1-tg t}, 3) \frac{1-ctg t}{1+ctg t}, 4) \frac{1+ctg t}{1-ctg t}.$

2.10. $a)y = \log_3(x^2-1), \bar{\sigma})y = (x-1)^x, \theta)x = \frac{3at}{1+t^3}, y = \frac{3at^2}{1+t^3}.$

Варианты ответов:

a) 1) $\frac{x}{(x^2-1) \ln 3}, 2) \frac{2x}{(x^2-1) \ln 3}, 3) \frac{x}{(1-x^2) \ln 3}, 4) \frac{2x}{(1-x^2) \ln 3}.$

б) 1) $(x-1)^x \cdot (\ln(x+1) + \frac{x}{x+1}), 2) (x-1)^x \cdot (\ln(x-1) + \frac{x}{x+1}), 3) (x-1)^x \cdot (\ln(x+1) + \frac{x}{x+1}),$
4) $(x-1)^x \cdot (\ln(x-1) + \frac{x}{x-1}).$

в) 1) $\frac{t(2+t^3)}{1-2t^3}, 2) \frac{t(2-t^3)}{1-2t^3}, 3) \frac{t(2-t^3)}{1+2t^3}, 4) \frac{t(2+t^3)}{1+2t^3}.$ 14

3. Вычислить неопределенные интегралы.

3.1. а) $\int x \sin x dx$, б) $\int \frac{x-1}{x^2+2x} dx$, в) $\int \sin^3 x \cdot \cos^2 x dx$.

Варианты ответов:

а) 1) $-\frac{x}{3} \cos 3x + \frac{1}{9} \sin 3x + C$, 2) $\frac{x}{3} \cos 3x + \frac{1}{9} \sin 3x + C$, 3) $-\frac{x}{3} \sin 3x + \frac{1}{9} \cos 3x + C$,

4) $\frac{x}{3} \sin 3x + \frac{1}{9} \cos 3x + C$.

б) 1) $C + \frac{1}{2} \ln|x| + \frac{3}{2} \ln|x+2|$, 2) $C - \frac{1}{2} \ln|x| + \frac{3}{2} \ln|x+2|$, 3) $C + \frac{1}{2} \ln|x| - \frac{3}{2} \ln|x+2|$,

4) $C - \frac{1}{2} \ln|x| - \frac{3}{2} \ln|x+2|$.

в) 1) $\frac{1}{15} \cos^2 x (3 \cos^3 x - 5) + C$, 2) $\frac{1}{15} \cos^3 x (3 \cos^2 x + 5) + C$,

3) $\frac{1}{15} \cos^3 x (3 \cos^2 x - 5) + C$, 4) $\frac{1}{15} \cos^2 x (3 \cos^3 x + 5) + C$.

3.2. а) $\int x \cdot e^{-x} dx$, б) $\int \frac{x+2}{(x-3)(x+1)} dx$, в) $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx$.

Варианты ответов:

а) 1) $C + e^{-x}(x+1)$, 2) $C - e^{-x}(x+1)$, 3) $C + e^{-x}(x-1)$, 4) $C - e^{-x}(x-1)$.

б) 1) $\frac{5}{6} \ln|x-3| + \frac{1}{4} \ln|x+1| + C$, 2) $-\frac{5}{6} \ln|x-3| + \frac{1}{4} \ln|x+1| + C$, 3) $\frac{5}{6} \ln|x-3| - \frac{1}{4} \ln|x+1| + C$,

4) $C - \frac{5}{6} \ln|x-3| - \frac{1}{4} \ln|x+1|$.

в) 1) $\frac{1}{3 \cos^3 x} + \frac{1}{\cos x} + C$, 2) $\frac{1}{\cos x} - \frac{1}{3 \cos^3 x} + C$, 3) $\frac{1}{\cos^3 x} - \frac{1}{3 \cos x} + C$, 4) $\frac{1}{3 \cos^3 x} - \frac{1}{\cos x} + C$.

3.3. а) $\int (2x-3) \sin 5x dx$, б) $\int \frac{dx}{x^4-x^2}$, в) $\int \frac{\sin x dx}{(1-\cos x)^2}$.

Варианты ответов:

а) 1) $\frac{3+2x}{5} \cos 5x + \frac{2}{25} \sin 5x + C$, 2) $\frac{3+2x}{5} \cos 5x - \frac{2}{25} \sin 5x + C$, 3) $\frac{3-2x}{5} \cos 5x + \frac{2}{25} \sin 5x + C$,

4) $\frac{3-2x}{5} \cos 5x - \frac{2}{25} \sin 5x + C$.

б) 1) $\frac{1}{x} - \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + C$, 2) $C - \frac{1}{x} - \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right|$, 3) $C - \frac{1}{x} + \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right|$, 4) $\frac{1}{x} + \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + C$.

в) 1) $\frac{1}{\cos x-1} + C$, 2) $\frac{1}{\cos x+1} + C$, 3) $\frac{1}{1-\cos x} + C$, 4) $C - \frac{1}{1+\cos x}$.

3.4. а) $\int x \cdot \arctg x dx$, б) $\int \frac{x^5+x^4-8}{x^3-4x} dx$, в) $\int \frac{dx}{\cos x \cdot \sin^3 x}$.

Варианты ответов:

а) 1) $\frac{x^2+1}{2} \arctg x + \frac{x}{2} + C$, 2) $\frac{x^2-1}{2} \arctg x + \frac{x}{2} + C$, 3) $\frac{x^2-1}{2} \arctg x - \frac{x}{2} + C$,

4) $\frac{x^2+1}{2} \arctg x - \frac{x}{2} + C$.

б) 1) $\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 4x + \ln \left| \frac{x^2(x-2)^5}{(x+2)^3} \right| + C$, 2) $\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 4x + \ln \left| \frac{x^2(x-2)^5}{(x+2)^3} \right| + C$,

3) $\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 4x + \ln \left| \frac{x^2(x-2)^5}{(x+2)^3} \right| + C$, 4) $\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 4x - \ln \left| \frac{x^2(x-2)^5}{(x+2)^3} \right| + C$.

в) 1) $\ln|tg x| + \frac{1}{2} \cos ec^2 x + C$, 2) $\ln|tg x| - \frac{1}{2} \cos ec^2 x + C$, 3) $\ln|tg x| - \frac{1}{2} \sec^2 x + C$,

4) $\ln|tg x| + \frac{1}{2} \sec^2 x + C$.

$$3.5. \quad a) \int \arccos x dx, \bar{b}) \int \frac{x dx}{x^4 - 3x^2 + 2}, \bar{\theta}) \int \frac{\sin^4 x}{\cos^2 x} dx.$$

Варианты ответов:

$$a) \quad 1) x \arccos x - \sqrt{1-x^2} + C, 2) x \arccos x + \sqrt{1-x^2} + C, 3) x \arccos x - \sqrt{1+x^2} + C,$$

$$4) x \arccos x + \sqrt{1+x^2} + C.$$

$$\bar{b}) \quad 1) \ln \sqrt{\frac{x^2+2}{x^2+1}} + C, 2) \ln \sqrt{\frac{x^2-2}{x^2-1}} + C, 3) \ln \sqrt{\frac{x^2-2}{x^2+1}} + C, 4) \ln \sqrt{\frac{x^2+2}{x^2-1}} + C.$$

$$\bar{\theta}) \quad 1) tg x + \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{3}{2} x + C, 2) tg x - \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{3}{2} x + C, 3) tg x + \frac{1}{4} \sin 2x - \frac{3}{2} x + C,$$

$$4) tg x - \frac{1}{4} \sin 2x - \frac{3}{2} x + C.$$

$$3.6. \quad a) \int \ln(x^2+1) dx, \bar{b}) \int \frac{3x^2+1}{(x^2-1)^3} dx, \bar{\theta}) \int ctg^4 x dx.$$

Варианты ответов:

$$a) \quad 1) x \ln(x^2+1) + 2x + 2 \arctg x + C, 2) x \ln(x^2+1) - 2x + 2 \arctg x + C,$$

$$3) x \ln(x^2+1) + 2x - 2 \arctg x + C, 4) x \ln(x^2+1) - 2x - 2 \arctg x + C.$$

$$\bar{b}) \quad 1) C + \frac{x}{(x^2-1)^2}, 2) C + \frac{x}{(x^2+1)^2}, 3) C - \frac{x}{(x^2-1)^2}, 4) C - \frac{x}{(x^2+1)^2}.$$

$$\bar{\theta}) \quad 1) x + \frac{1}{3} ctg^3 x + ctg x + C, 2) x - \frac{1}{3} ctg^3 x - ctg x + C, 3) x + \frac{1}{3} ctg^3 x - ctg x + C,$$

$$4) x - \frac{1}{3} ctg^3 x + ctg x + C.$$

$$3.7. \quad a) \int x^n \ln x dx, \bar{b}) \int \frac{dx}{x^2-6x+18}, \bar{\theta}) \int tg^5 x dx.$$

Варианты ответов:

$$a) \quad 1) \frac{x^{n-1}}{n-1} (\ln x - \frac{1}{n+1}) + C, 2) \frac{x^{n-1}}{n-1} (\ln x + \frac{1}{n+1}) + C, 3) \frac{x^{n+1}}{n+1} (\ln x - \frac{1}{n+1}) + C, 4) \frac{x^{n+1}}{n+1} (\ln x + \frac{1}{n+1}) + C.$$

$$\bar{b}) \quad 1) C - \frac{1}{3} \arctg \frac{x-3}{3}, 2) C - \frac{1}{3} \arctg \frac{x+3}{3}, 3) \frac{1}{3} \arctg \frac{x+3}{3} + C, 4) \frac{1}{3} \arctg \frac{x-3}{3} + C.$$

$$\bar{\theta}) \quad 1) \frac{1}{4} tg^4 x - \frac{1}{2} tg^2 x - \ln |\cos x| + C, 2) \frac{1}{4} tg^4 x - \frac{1}{2} tg^2 x + \ln |\cos x| + C,$$

$$3) \frac{1}{4} tg^4 x + \frac{1}{2} tg^2 x - \ln |\cos x| + C, 4) \frac{1}{4} tg^4 x + \frac{1}{2} tg^2 x + \ln |\cos x| + C.$$

$$3.8. \quad a) \int \arctg \sqrt{x} dx, \bar{b}) \int \frac{x-2}{x^2-4x+7} dx, \bar{\theta}) \int \frac{dx}{1+tg x}.$$

Варианты ответов:

$$a) \quad 1) x \arctg \sqrt{x} - \sqrt{x} - \arctg \sqrt{x} + C, 2) x \arctg \sqrt{x} + \sqrt{x} + \arctg \sqrt{x} + C,$$

$$3) x \arctg \sqrt{x} + \sqrt{x} - \arctg \sqrt{x} + C, 4) x \arctg \sqrt{x} - \sqrt{x} + \arctg \sqrt{x} + C.$$

$$\bar{b}) \quad 1) \frac{1}{2} \ln(x^2-4x+7) + C, 2) \frac{1}{2} \ln(x^2+4x-7) + C, 3) \frac{1}{2} \ln(x^2+4x+7) + C,$$

$$4) \frac{1}{2} \ln(x^2-4x-7) + C.$$

$$\bar{\theta}) \quad 1) \frac{1}{2} (x + \ln |\sin x - \cos x|) + C, 2) \frac{1}{2} (x + \ln |\sin x + \cos x|) + C,$$

$$3) \frac{1}{2} (x - \ln |\sin x - \cos x|) + C, 4) \frac{1}{2} (x - \ln |\sin x + \cos x|) + C.$$

$$3.9. \quad a) \int \frac{\lg x}{x^3} dx, \bar{b}) \int \frac{x^2 dx}{1-x^4}, \theta) \int \frac{dx}{\sin x + \cos x}.$$

Варианты ответов:

$$a) \quad 1) C - \frac{1}{2x^2} \lg(x\sqrt{e}), 2) C + \frac{1}{2x^2} \lg(x\sqrt{e}), 3) C - \frac{1}{2x^2} \ln(x\sqrt{10}), 4) C + \frac{1}{2x^2} \ln(x\sqrt{10}).$$

$$\bar{b}) \quad 1) \frac{1}{4} \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right| + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x + C, 2) \frac{1}{4} \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right| - \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x + C, 3) \frac{1}{4} \ln \left| \frac{1-x}{1+x} \right| + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x + C,$$

$$4) \frac{1}{4} \ln \left| \frac{1-x}{1+x} \right| - \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x + C.$$

$$\theta) \quad 1) \frac{\sqrt{2}}{2} \ln \left| \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{8} - \frac{x}{2} \right) \right| + C, 2) \frac{\sqrt{2}}{2} \ln \left| \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2} \right) \right| + C, 3) \frac{\sqrt{2}}{2} \ln \left| \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{8} + \frac{x}{2} \right) \right| + C,$$

$$4) \frac{\sqrt{2}}{2} \ln \left| \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right) \right| + C.$$

$$3.10. \quad a) \int \ln^2 x dx, \bar{b}) \int \frac{(x^4+1)dx}{x^3-x^2+x-1}, \theta) \int \frac{dx}{5-4 \sin x + 3 \cos x}.$$

Варианты ответов:

$$a) \quad 1) x(\ln^2 x + 2 \ln x + 2) + C, 2) x(\ln^2 x - 2 \ln x + 2) + C, 3) x(\ln^2 x + 2 \ln x - 2) + C,$$

$$4) x(\ln^2 x - 2 \ln x - 2) + C.$$

$$\bar{b}) \quad 1) \frac{(x-1)^2}{2} + \ln \frac{|x-1|}{\sqrt{x^2+1}} - \operatorname{arctg} x + C, 2) \frac{(x+1)^2}{2} + \ln \frac{|x-1|}{\sqrt{x^2+1}} + \operatorname{arctg} x + C,$$

$$3) \frac{(x+1)^2}{2} + \ln \frac{|x-1|}{\sqrt{x^2+1}} - \operatorname{arctg} x + C, 4) \frac{(x-1)^2}{2} - \ln \frac{|x-1|}{\sqrt{x^2+1}} + \operatorname{arctg} x + C.$$

$$\theta) \quad 1) \frac{1}{2-\operatorname{tg} \frac{x}{2}}, 2) \frac{1}{2+\operatorname{tg} \frac{x}{2}}, 3) \frac{1}{2-\operatorname{ctg} \frac{x}{2}}, 4) \frac{1}{2+\operatorname{ctg} \frac{x}{2}}.$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной данными линиями.

$$4.1. \quad y^2 = 2x+1 \quad \text{и} \quad x-y-1=0.$$

Варианты ответов:

$$1) \frac{16}{3}; 2) \frac{17}{3}; 3) \frac{16}{5}; 4) \frac{17}{4}.$$

$$4.2. \quad y = x^2 \quad \text{и} \quad y = \sqrt{x}.$$

Варианты ответов:

$$1) \frac{2}{3}; 2) \frac{1}{3}; 3) \frac{1}{4}; 4) \frac{2}{5}.$$

$$4.3. \quad y^2 + 8x = 16 \quad \text{и} \quad y^2 - 24x = 48.$$

Варианты ответов:

$$1) \frac{31}{3} \sqrt{6}; 2) \frac{34}{3} \sqrt{6}; 3) \frac{32}{3} \sqrt{6}; 4) \frac{29}{3} \sqrt{6}.$$

$$4.4. \quad y = x^2 \quad \text{и} \quad y = \frac{x^3}{3}.$$

Варианты ответов:

$$1) \frac{7}{4}; 2) \frac{7}{3}; 3) \frac{9}{5}; 4) \frac{9}{4}.$$

$$4.5. \quad y = \frac{1}{1+x^2} \quad u \quad y = \frac{x^2}{2}.$$

Варианты ответов:

$$1) \frac{\pi}{2} + \frac{1}{3}; 2) \frac{\pi}{2} - \frac{1}{3}; 3) \frac{\pi}{3} - \frac{1}{2}; 4) \frac{\pi}{3} + \frac{1}{2}.$$

$$4.6. \quad \rho = a \sin 2\varphi.$$

Варианты ответов:

$$1) \frac{\pi a^2}{4}; 2) \frac{\pi a^2}{2}; 3) \frac{\pi a^2}{3}; 4) \frac{\pi a^2}{6}.$$

$$4.7. \quad \rho = a \sin 5\varphi.$$

Варианты ответов:

$$1) \frac{1}{3} \pi a^2; 2) \frac{2}{5} \pi a^2; 3) \frac{1}{4} \pi a^2; 4) \frac{1}{5} \pi a^2.$$

$$4.8. \quad \rho = 2 \cos \varphi, \rho \geq 1.$$

Варианты ответов:

$$1) \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}; 2) \frac{2\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}; 3) \frac{\pi}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3}; 4) \frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$4.9. \quad x = a(t - \sin t), y = a(1 - \cos t) \quad u \quad y = 0.$$

Варианты ответов:

$$1) 2\pi a^2; 2) 5\pi a^2; 3) 3\pi a^2; 4) 4\pi a^2.$$

$$4.10. \quad x = a \cos^3 t, y = a \sin^3 t.$$

Варианты ответов:

$$1) \frac{3}{7} \pi a^2; 2) \frac{3}{5} \pi a^2; 3) \frac{5}{8} \pi a^2; 4) \frac{3}{8} \pi a^2.$$

5. Найти экстремумы функции.

$$5.1. \quad z = x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y.$$

Варианты ответов:

$$1) z_{\max} = 9; 2) z_{\min} = -9; 3) z_{\min} = -7; 4) z_{\max} = 5.$$

$$5.2. \quad z = \frac{1}{2}xy + (7 - x - y) \cdot \left(\frac{x}{3} + \frac{y}{4} \right).$$

Варианты ответов:

$$1) z_{\max} = 282; 2) z_{\max} = 263; 3) z_{\min} = 45; 4) z_{\min} = 47.$$

$$5.3. \quad z = xy^2 \cdot (-x - y).$$

Варианты ответов:

$$1) z_{\max} = \frac{1}{62}; 2) z_{\min} = \frac{1}{3}; 3) z_{\min} = \frac{4}{5}; 4) z_{\max} = \frac{1}{64}.$$

$$5.4. \quad z = x^3 + y^3 - 15xy.$$

Варианты ответов:

- 1) $z_{\max} = 15$; 2) $z_{\max} = 17$; 3) $z_{\min} = -125$; 4) $z_{\min} = -123$.

$$5.5. z = 4 - \sqrt{x^2 + y^2}^{\frac{2}{3}}.$$

Варианты ответов:

- 1) $z_{\max} = 4$; 2) $z_{\min} = 0$; 3) $z_{\min} = -1$; 4) $z_{\max} = 5$.

$$5.6. z = \sqrt{x^2 + y^2} \cdot \left(\sqrt{x^2 + y^2} - 1 \right).$$

Варианты ответов:

- 1) $z_{\min} = -1$; 2) $z_{\max} = 3$; 3) $z_{\min} = 0$; 4) $z_{\max} = 1$.

$$5.7. z = \sqrt{(x - y) \cdot (x + y - 1)}.$$

Варианты ответов:

- 1) $z_{\max} = \frac{\sqrt{3}}{8}$; 2) $z_{\max} = \frac{\sqrt{3}}{9}$; 3) $z_{\min} = \frac{\sqrt{3}}{7}$; 4) $z_{\min} = \frac{\sqrt{2}}{7}$.

$$5.8. z = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2.$$

Варианты ответов:

- 1) $z_{\min} = 0$; $z_{\max} = \frac{125}{18}$; 2) $z_{\min} = 0$; $z_{\max} = \frac{120}{27}$; 3) $z_{\min} = 0$;

$$z_{\max} = \frac{125}{27}; 4) z_{\min} = 0; z_{\max} = \frac{120}{9}.$$

$$5.9. z = x^2 + xy + y^2 + x - y + 1.$$

Варианты ответов:

- 1) $z_{\min} = 0$; 2) $z_{\min} = 1$; 3) $z_{\min} = -1$; 4) $z_{\min} = 2$.

$$5.10. z = 4 \cdot \sqrt{x^2 - y^2}.$$

Варианты ответов:

- 1) $z_{\max} = 7$; 2) $z_{\max} = 9$; 3) $z_{\max} = 8$; 4) $z_{\max} = 10$.

6. Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка.

$$6.1. y' = \frac{y^2}{x^2} - 2.$$

Варианты ответов:

- 1) $y + 2x = Cx^3 \cdot (y + x)$; 2) $y - 2x = Cx^3 \cdot (y - x)$; 3) $y - 2x = Cx^3 \cdot (y + x)$; 4) $y - 2x = Cx^3 \cdot (x - y)$.

$$6.2. y' = \frac{x+y}{x-y}.$$

Варианты ответов:

$$1) \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = \ln c \sqrt{x^2 - y^2}; 2) \operatorname{arctg} \frac{x}{y} = \ln c \sqrt{x^2 - y^2}; 3)$$

$$\operatorname{arctg} \frac{x}{y} = \ln c \sqrt{x^2 + y^2}; 4) \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = \ln c \sqrt{x^2 + y^2}.$$

$$6.3. y' = \frac{2xy}{x^2 - y^2}.$$

Варианты ответов:

$$1) x^2 + y^2 = cy; 2) x^2 + y^2 = cx; 3) x^2 - y^2 = cy; 4) x^2 - y^2 = cx.$$

$$6.4. xdy - ydx = ydy.$$

Варианты ответов:

$$1) \ln|y| - \frac{x}{y} = c; 2) \ln|y| + \frac{x}{y} = c; 3) \ln|y| - \frac{y}{x} = c; 4) \ln|y| + \frac{y}{x} = c.$$

$$6.5. xy' - y = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Варианты ответов:

$$1) x^2 = c^2 - 2cy; 2) x^2 = c^2 + 2cx; 3) x^2 = c^2 + 2cy;$$

$$4) x^2 = c^2 - 2cx.$$

$$6.6. y' + 2y = 4x.$$

Варианты ответов:

$$1) y = ce^{-2x} + 2x - 1; 2) y = ce^{-2x} + 2x + 1; 3) y = ce^{-2x} - 2x - 1;$$

$$4) y = ce^{-2x} - 2x + 1.$$

$$6.7. y' + 2xy = x \cdot e^{-x^2}.$$

Варианты ответов:

$$1) y = e^{x^2} \cdot \left(c + \frac{x^2}{2} \right); 2) y = e^{-x^2} \cdot \left(c + \frac{x^2}{2} \right); 3) y = e^{-x^2} \cdot \left(c - \frac{x^2}{2} \right);$$

$$4) y = e^{x^2} \cdot \left(c - \frac{x^2}{2} \right).$$

$$6.8. y' + \frac{1-2x}{x^2} \cdot y = 1.$$

Варианты ответов:

- 1) $y = cx^2 e^{\frac{1}{x}} - x^2$; 2) $y = -cx^2 e^{\frac{1}{x}} + x^2$; 3) $y = cxe^{\frac{1}{x}} + x^2$;
 4) $y = cx^2 e^{\frac{1}{x}} + x^2$.

$$6.9. (x^2) y' - 2xy = (x^2)^2$$

Варианты ответов:

- 1) $y = (x+c) \cdot (1-x^2)$; 2) $y = (x+c) \cdot (1+x^2)$;
 3) $y = (x^2+c) \cdot (1-x^2)$; 4) $y = (x^2+c) \cdot (1+x^2)$.

$$6.10. y' + y = \cos x.$$

Варианты ответов:

- 1) $y = Ce^x + \frac{1}{2}(\cos x + \sin x)$; 2) $y = Ce^x + \frac{1}{2}(\cos x - \sin x)$;
 3) $y = Ce^{-x} + \frac{1}{2}(\cos x + \sin x)$; 4) $y = Ce^{-x} + \frac{1}{2}(\sin x - \cos x)$.

7. Найти частное решение дифференциального уравнения второго порядка, удовлетворяющее данным начальным условиям.

$$7.1. 4y'' + 16y' + 15y = 4 \cdot e^{-\frac{3}{2}x}; y(0)=3; y'(0)=-5,5.$$

Варианты ответов:

- 1) $y = (1+x)e^{-\frac{5}{2}x} + 2e^{-\frac{3}{2}x}$; 2) $y = (1-x)e^{-\frac{5}{2}x} + 2e^{-\frac{3}{2}x}$;
 3) $y = (1+x)e^{-\frac{3}{2}x} + 2e^{-\frac{5}{2}x}$; 4) $y = (1-x)e^{-\frac{3}{2}x} + 2e^{-\frac{5}{2}x}$.

$$7.2. y'' - 2y' + 10y = 10x^2 + 18x + 6; y(0)=1, y'(0)=3,2.$$

Варианты ответов:

$$1) y = e^x \cdot (0.16 \cos 3x - 0.28 \sin 3x) + x^2 + 2.2x + 0.84;$$

$$2) y = e^x \cdot (0.28 \sin 3x - 0.16 \cos 3x) + x^2 + 2.2x + 0.84;$$

$$3) y = e^x \cdot (0.16 \cos 3x + 0.28 \sin 3x) - x^2 + 2.2x + 0.84;$$

$$4) y = e^x \cdot (0.16 \cos 3x + 0.28 \sin 3x) + x^2 + 2.2x + 0.84.$$

$$7.3. y'' - y' = 2 \cdot (1 - x); y(0)=1; y'(0)=1.$$

Варианты ответов:

$$1) y = e^x + x^2; 2) y = e^x - x^2; 3) y = x^2 - e^x; 4) y = e^x + x.$$

$$7.4. y'' - 2y' = e^x \cdot (x^2 + x - 3); y(0)=2; y'(0)=2.$$

Варианты ответов:

$$1) y = e^x \cdot (e^x + x^2 - x + 1); 2) y = e^x \cdot (e^x - x^2 - x + 1);$$

$$3) y = e^x \cdot (e^x - x^2 + x + 1); 4) y = e^x \cdot (e^x + x^2 + x - 1).$$

$$7.5. y'' + y + \sin 2x = 0, y(\pi) = 1, y'(\pi) = 1.$$

Варианты ответов:

$$1) y = \frac{1}{3} \sin 2x - \frac{1}{3} \sin x - \cos x; 2) y = \frac{1}{3} \sin 2x + \frac{1}{3} \sin x + \cos x;$$

$$3) y = \frac{1}{3} \sin 2x - \frac{1}{3} \sin x + \cos x; 4) y = \frac{1}{3} \sin 2x + \frac{1}{3} \sin x - \cos x.$$

$$7.6. y'' + y' - 2y = \cos x - 3 \sin x, y(0)=1, y'(0)=2.$$

Варианты ответов:

$$1) y = e^x - \sin x; 2) y = e^x + \cos x; 3) y = e^x - \cos x;$$

$$4) y = e^x + \sin x.$$

$$7.7. y'' - 4y' + 3y = e^{5x}; y(0)=3, y'(0)=9.$$

Варианты ответов:

$$1) y = \frac{e^{5x} + 22e^{3x} + e^x}{8}; 2) y = \frac{e^{5x} - 22e^{3x} + e^x}{8};$$

$$3) y = \frac{e^{5x} + 22e^{3x} - e^x}{8}; 4) y = \frac{e^{5x} - 22e^{3x} - e^x}{8}.$$

$$7.8. y'' - 8y' + 16y = e^{4x}; y(0)=0, y'(0)=1.$$

Варианты ответов:

$$1) y = 0.5x \cdot (x-2)e^{4x}; 2) y = 0.5x \cdot (x+2)e^{4x};$$

$$3) y = x \cdot (x-2)e^{4x}; 4) y = x \cdot (x+2)e^{4x}.$$

$$7.9. 2y'' - y' = 1; y(0)=0, y'(0)=1.$$

Варианты ответов:

$$1) y = 4e^{\frac{x}{2}} + x - 4; 2) y = 4e^{\frac{x}{2}} - x + 4; 3) y = 4e^{\frac{x}{2}} - x - 4;$$

$$4) y = 4e^{\frac{x}{2}} + x + 4.$$

$$7.10. y'' + 4y = \cos 2x; y(0)=0; y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0.$$

Варианты ответов:

$$1) y = \frac{1}{16} \cdot (x + \pi) \sin 2x; 2) y = \frac{1}{16} \cdot (-4x) \sin 2x; 3)$$

$$y = \frac{1}{16} \cdot (x + 4\pi) \sin 2x; 4) y = \frac{1}{16} \cdot (x - \pi) \sin 2x.$$

8. Найти область сходимости степенного ряда.

$$8.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot x^n.$$

Варианты ответов:

$$1) (-1;1); 2) [-1;1]; 3) [-1;1); 4) (-1;1].$$

$$8.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cdot (x-2)^n.$$

Варианты ответов:

1) [1;3]; 2) [1;3]; 3) (1;3); 4) (1;3].

$$8.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{(2n-1)!}.$$

Варианты ответов:

1) (-1;1); 2) (-1;1]; 3) $(-\infty;+\infty)$; 4) (-2;2].

$$8.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot (x-4)^n.$$

Варианты ответов:

1) (3;5); 2) (3;5]; 3) [3;5]; 4) [3;5).

$$8.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{n}.$$

Варианты ответов:

1) [-1;1); 2) (-1;1); 3) (-1;1]; 4) [-1;1].

$$8.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n + 3^n}.$$

Варианты ответов:

1) (-3;3); 2) [-3;3]; 3) (-3;3]; 4) [-3;3).

$$8.7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \cdot \left(\frac{x-1}{2} \right)^n.$$

Варианты ответов:

1) [-1;3]; 2) (-1;3]; 3) (-1;3); 4) [-1;3).

$$8.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot (n+1)}.$$

Варианты ответов:

1) (-1;1); 2) (-1;1]; 3) [-1;1]; 4) [-1;1).

$$8.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 10^{n-1}}.$$

Варианты ответов:

1) (-10;10); 2) (-10;10]; 3) [-10;10]; 4) [-10;10).

$$8.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n^2}.$$

Варианты ответов:

1) [-2;0); 2) (-2;0); 3) (-2;0]; 4) [-2;0].

9. Вычислить с помощью рядов с точностью до 0,0001.

$$9.1. \frac{1}{\sqrt[5]{e}}.$$

Варианты ответов:

1) 0,8186; 2) 0,8187; 3) 0,8286; 4) 0,8287.

$$9.2. \cos 18^\circ.$$

Варианты ответов:

1) 0,9510; 2) 0,9512; 3) 0,9513; 4) 0,9511.

$$9.3. \sqrt[5]{1,1}.$$

Варианты ответов:

1) 1,0191; 2) 1,0192; 3) 1,0194; 4) 1,0195.

$$9.4. \ln 1,04.$$

Варианты ответов:

1) 0,0392; 2) 0,0394; 3) 0,0393; 4) 0,0391.

$$9.5. \ln 5.$$

Варианты ответов:

1) 1,6193; 2) 1,6093; 3) 1,6094; 4) 1,6194.

$$9.6. \int_0^{0,5} e^{\sin x} dx.$$

Варианты ответов:

1) 0,6449; 2) 0,6448; 3) 0,6447; 4) 0,6451.

$$9.7. \int_0^{0,5} \frac{1 - \cos x}{x^2} dx.$$

Варианты ответов:

1) 0,2481; 2) 0,2484; 3) 0,2485; 4) 0,2483.

$$9.8. \int_0^{0,2} \frac{\sin x}{x} dx.$$

Варианты ответов:

1) 0,1998; 2) 0,1997; 3) 0,1996; 4) 0,1999.

$$9.9. \ln 10.$$

Варианты ответов:

1) 2,3024; 2) 2,3026; 3) 2,3025; 4) 2,3027.

$$9.10. \sin 9^\circ.$$

Варианты ответов:

1) 0,1564; 2) 0,1561; 3) 0,1562; 4) 0,1563.

СОДЕРЖАНИЕ

ПРОГРАММА КУРСА	3
УСЛОВИЯ СДАЧИ ЭКЗАМЕНА	3
ЛИТЕРАТУРА	4
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА	5
ИТОГОВЫЙ ТЕСТ	11