

Министерство образования Российской Федерации

Владивостокский государственный университет  
экономики и сервиса

---

**Б.П. ОСТАНИН**

**ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЦЕПЕЙ**

**Руководство к курсовому проектированию**

Владивосток  
Издательство ВГУЭС  
200

ББК 32.88  
О 76

Рецензенты: В.А. Игнатюк ДТН  
Ю.А. Левашов, доцент;

Останин Б.П.  
О 76      **ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЦЕПЕЙ:** Руководство к  
курсовому проектированию.– Владивосток: Изд-во  
ВГУЭС, 2006. – 48 с.

Руководство к курсовому проектированию содержит методические указания к выполнению курсовой работы по дисциплине «Основы теории цепей». Руководство содержит краткие теоретические сведения по разделам «Четырёхполюсники» и «Переходные процессы». Кроме того, в пособии даны примеры выполнения курсовой работы, иллюстрированные необходимым графическим материалом. Пособие содержит 50 индивидуальных заданий.

Для студентов, обучающихся инженерным специальностям 201500 «Бытовая радиоэлектронная аппаратура» и 201700 «Средства радиоэлектронной борьбы».

ББК 32.88

Печатается по решению РИСО ВГУЭС

© Издательство Владивостокского  
государственного университета  
экономики и сервиса, 2006

## ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Основы теории цепей» в учебном плане подготовки является общей основой для изучения специальных дисциплин. Она базируется на дисциплинах Высшая математика и Физика.

Настоящие методические указания предназначены для студентов второго курса, обучающихся по специальностям 201500 «Бытовая радиоэлектронная аппаратура» и 201700 «Средства радиоэлектронной борьбы» и рекомендуются в качестве основного методического материала при выполнении ими курсового проекта по дисциплине «Основы теории цепей». Методические указания предусматривают использование дополнительной технической литературы и справочников.

В методических указаниях определена примерная тематика курсовой работы, приведены требования к выполнению и оформлению пояснительной записки, графического материала, перечень рекомендованной литературы.

# 1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

Выполнение курсовой работы имеет целью:

- закрепить и углубить теоретические знания студентов по дисциплине;
- приобретение опыта по определению основных параметров и характеристик, широко распространенных в радиотехнических и других устройствах узлов - четырехполюсников;
- привить навыки самостоятельного решения конкретных инженерных задач, возникающих при анализе электрических схем;
- развивать навыки и умение пользоваться технической и специальной литературой, стандартами и руководящими техническими материалами;
- совершенствовать умение в составлении текстовой и графической документации;
- содействовать в приобретении студентами знаний, умений и навыков, необходимых для выполнения дипломного проекта.

## 2. ТЕМАТИКА КУРСОВОЙ РАБОТЫ

Тематика курсового проектирования определяется содержанием лекционного курса и практических занятий по дисциплине «Основы теории цепей» и имеет следующие основные направления:

1. Определение А-параметров четырехполюсника. Проверка выполнения основного соотношения между ними.
2. Определение и анализ вторичных параметров четырехполюсника.
3. Определение и анализ параметров каскадно-соединенных согласованных четырехполюсников.
4. Определение и анализ передаточной функции по напряжению четырехполюсника.
5. Графическое отображение частотных характеристик четырехполюсника (АЧХ, ФЧХ, годографа).
6. Определение и анализ функции реакции в переходном режиме четырехполюсника, пользуясь классическим и операторным методами. При этом в качестве функции реакции рассматриваются переходная и импульсная характеристики.

### **3. ЗАДАНИЕ НА ВЫПОЛНЕНИЕ КУРСОВОЙ РАБОТЫ**

Содержание и объем курсовой работы определяются заданием, которое составляется руководителем проектирования и утверждается заведующим кафедрой. Задание на выполнение курсовой работы оформляется на типовом бланке (см. электронное приложение 1).

В задание должно войти следующее:

1. Тема курсовой работы.
2. Срок сдачи студентом законченного проекта.
3. Исходные данные к проекту.
4. Ориентировочное содержание пояснительной записки (название разделов).
5. Перечень графического материала с указанием обязательных чертежей и количества листов.
6. Перечень основной литературы и нормативных материалов.
7. Дата выдачи задания.

После окончания проектирования задание подшивается к пояснительной записке (за титульным листом). В число листов пояснительной записки задание на выполнение курсового проекта не включается.

## 4. СОДЕРЖАНИЕ И ОБЪЕМ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

Курсовая работа представляется пояснительной запиской и графическим материалом.

Пояснительная записка к курсовой работе, включая дополнительные текстовые документы, должна иметь объем 10-15 листов и оформление ее должно соответствовать ГОСТу 2.105-79.

Текст пояснительной записки пишется от третьего лица.

При выполнении курсовой работы следует придерживаться следующей последовательности изложения материала пояснительной записки:

- титульный лист,
- задание на курсовую работу
- содержание
- введение
- расчетно-графическая часть
- заключение
- литература и нормативные материалы

## **5. УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ И СОДЕРЖАНИЮ РАЗДЕЛОВ ПОЯСНИТЕЛЬНОЙ ЗАПИСКИ**

### **5.1. Введение**

В этом разделе формулируется задача, намечаются пути ее решения, при необходимости обосновывается актуальность темы работы.

### **5.2. Расчетно-графическая часть**

В данном разделе приводятся производимые расчеты и графики рассчитываемых величин с соответствующими достаточно подробными пояснениями. Исходные данные для расчетов берутся из задания.

В текст разделов и подразделов должны включаться упрощенные схемы, поясняющие производимые расчеты. Все рисунки в тексте должны быть пронумерованы, и иметь пояснительные надписи.

Формулы, по которым ведется расчет, должны быть приведены в редакторе формул полностью, с объяснением буквенных обозначений, которые в тексте используются впервые.

В тексте записки обязательны ссылки на литературные источники, из которых заимствованы используемые методы расчета.

### **5.5. Заключение.**

В заключении излагаются основные результаты выполненной работы. Основное внимание должно быть уделено сравнительной оценке ожидаемых и полученных параметров и характеристик.

В конце заключения студент должен указать, выполнены им или нет, все пункты задания на курсовое проектирование и, если нет, то аргументировать причины невыполнения.

### **5.6. Литература и нормативные материалы.**

В разделе перечисляются все фундаментальные и периодические литературные источники, а также нормативные, справочные и технические материалы, использованные при выполнении курсовой работы. Каждому источнику, в соответствии с очередностью в списке,



присваивается свой порядковый номер. Порядок расположения источников в перечне произвольный, по усмотрению студента.

## **6. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРОЕКТИРОВАНИЮ**

При выполнении курсовой работы студент должен проявить самостоятельность мышления, творческий и инженерный подход к решению задачи, отказаться от простого копирования приведенных в учебнике примеров расчета.

## ЗАДАНИЕ

Для указанной в Вашем варианте схемы четырёхполюсника (таблица 1):

1. Определить А-параметры четырёхполюсника.
2. Выполнить проверку выполнения основного соотношения между ними.
3. Определить вторичные параметры четырёхполюсника (входное и выходное характеристические сопротивления и постоянную передачи четырёхполюсника).
4. Определить входное и выходное характеристические сопротивления и постоянную передачи двух каскадно-соединённых согласованных четырёхполюсников.
5. Вывести формулы амплитудно-частотной (АЧХ) и фазочастотной (ФЧХ) характеристик.
6. Используя одну из прикладных программ (Электронная скамья WEWB, MATCAD или другую) получить графики АЧХ и ФЧХ и внести их в отчёт.
7. Определить заданную функцию реакции в переходном режиме четырёхполюсника, пользуясь классическим и операторным методами. В качестве функции реакции рассматриваются переходная и импульсная характеристики.

Таблица 1

Вариант	Схема	$R_1$ , Ом	$R_2$ , Ом	$R_3$ , Ом	$C$ , мкФ	$L$ , Гн	Функция реакции
1	2	3	4	5	6	7	8
1	Рис. 1	700	240	270		0,05	$i_L$
2	Рис. 2	30	830	180	0,2		$i_C$
3	Рис. 3	40	720	190		0,06	$u_L$
4	Рис. 4	800	60	300	0,3		$u_C$
5	Рис. 5	850	80	310		0,07	$i_L$
6	Рис. 6	160	90	620	0,4		$i_C$
7	Рис. 7	170	80	630		0,08	$u_L$
8	Рис. 8	180	70	740	0,5		$u_C$
9	Рис. 9	190	60	750		0,09	$i_L$
10	Рис. 10	200	950	60	0,6		$i_C$
11	Рис. 11	210	940	70		0,1	$u_L$
12	Рис. 12	930	120	190		0,11	$i_L$
13	Рис. 13	840	30	110	0,8		$i_C$
14	Рис. 14	750	40	100		0,12	$u_L$
15	Рис. 15	860	50	200	0,9		$u_C$

16	Рис. 16	970	40	110		0,13	$i_L$
17	Рис. 17	180	190	920	1,0		$i_C$
18	Рис. 18	190	180	830		0,14	$u_L$
19	Рис. 19	200	50	940	1,1		$u_C$
20	Рис. 20	210	60	950		0,15	$i_L$
21	Рис. 21	220	40	960	1,2		$i_C$
22	Рис. 22	230	50	970		0,16	$u_L$
23	Рис. 23	240	930	60	1,3		$u_C$
24	Рис. 24	250	920	70		0,17	$i_L$
25	Рис. 25	260	910	60	1,4		$i_C$
26	Рис. 26	270	990	80		0,18	$u_L$
27	Рис. 27	280	90	920	1,5		$u_C$
28	Рис. 28	290	80	930		0,19	$i_L$
29	Рис. 29	300	70	940	1,6		$i_C$
30	Рис. 30	210	60	950		0,2	$u_L$
31	Рис. 1	800	220	260		0,08	$i_L$
32	Рис. 2	40	930	160	0,6		$i_C$
33	Рис. 3	550	820	170		0,08	$u_L$
34	Рис. 4	870	60	270	0,8		$u_C$
35	Рис. 5	950	80	290		0,09	$i_L$
36	Рис. 6	170	80	720	0,7		$i_C$
37	Рис. 7	160	70	730		0,09	$u_L$
38	Рис. 8	170	80	840	0,8		$u_C$
39	Рис. 9	180	70	950		0,07	$i_L$
40	Рис. 10	190	950	50	0,4		$i_C$
41	Рис. 11	200	970	70		0,14	$u_L$
42	Рис. 12	980	130	180		0,11	$i_L$
43	Рис. 13	940	40	120	0,7		$i_C$
44	Рис. 14	850	50	110		0,09	$u_L$
45	Рис. 15	960	40	190	0,8		$u_C$
46	Рис. 16	990	50	100		0,13	$i_L$
47	Рис. 17	180	190	920	0,9		$i_C$
48	Рис. 18	170	160	860		0,11	$u_L$
49	Рис. 19	210	60	940	1,2		$u_C$
50	Рис. 20	200	50	950		0,12	$i_L$

## СХЕМЫ ЗАДАНИЙ

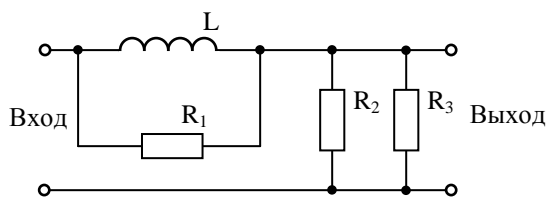


Рис. 1.

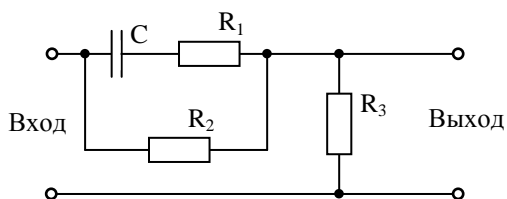


Рис. 2.

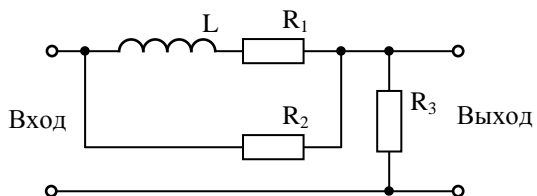


Рис. 3

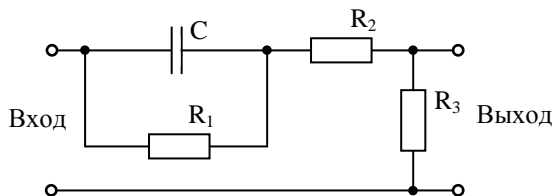


Рис. 4.

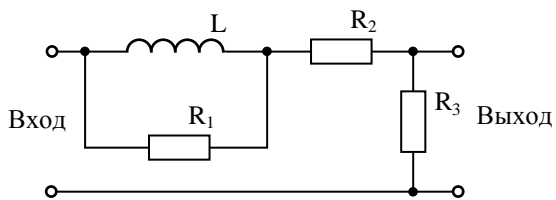


Рис. 5

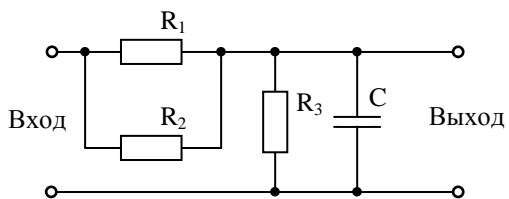


Рис. 6.

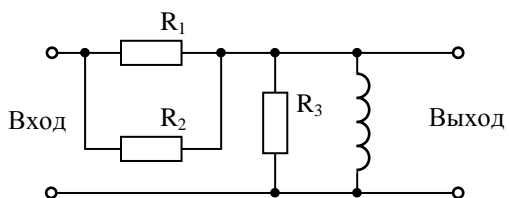


Рис. 7

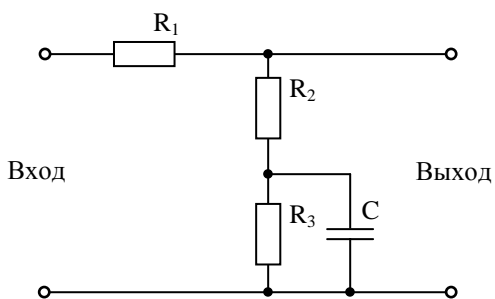


Рис. 8.

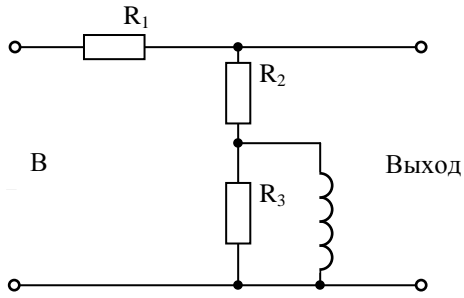


Рис. 9.

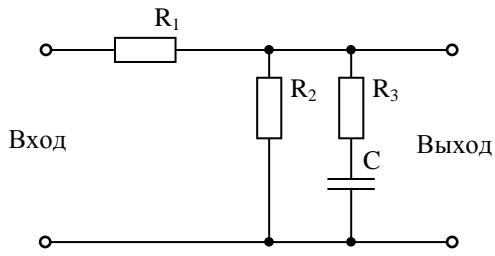


Рис. 10.

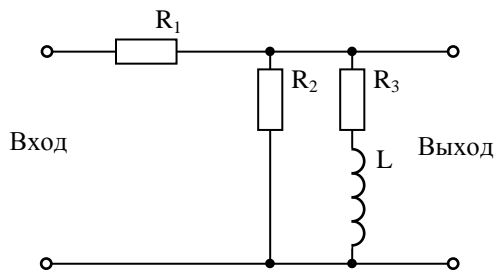
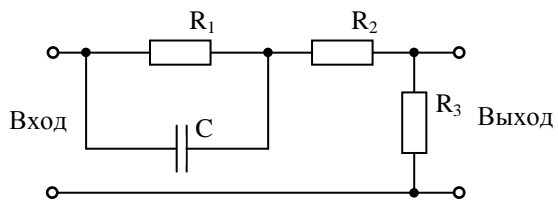
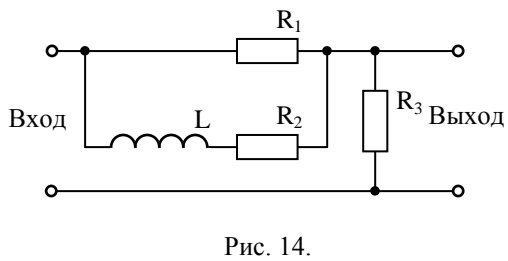
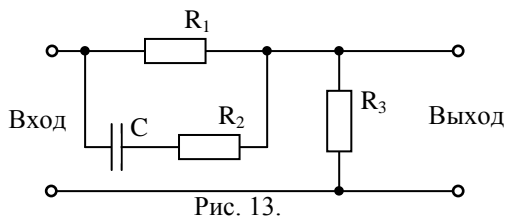
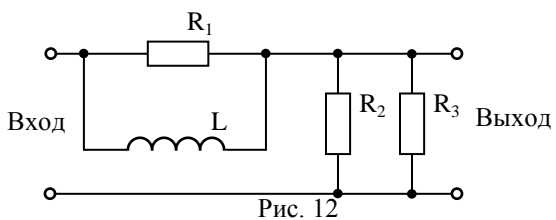


Рис. 11





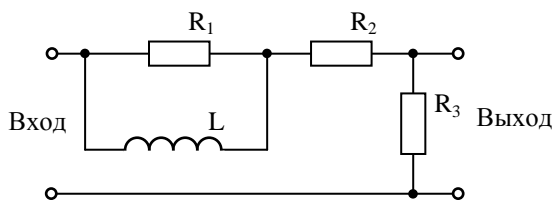


Рис. 16.

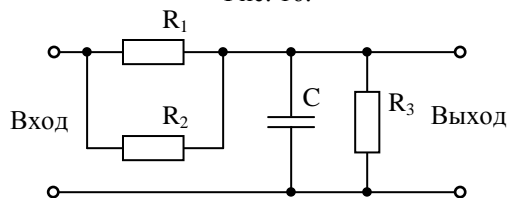


Рис. 17.

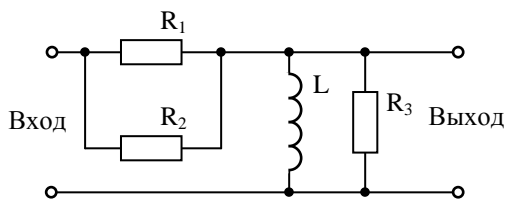


Рис. 18.

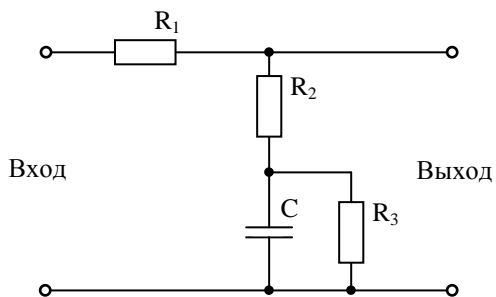


Рис. 19.

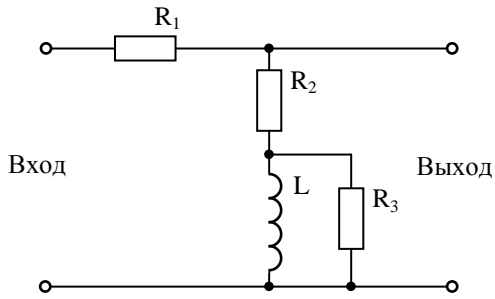


Рис. 20.

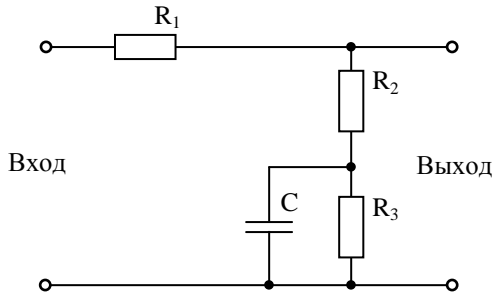


Рис. 21.

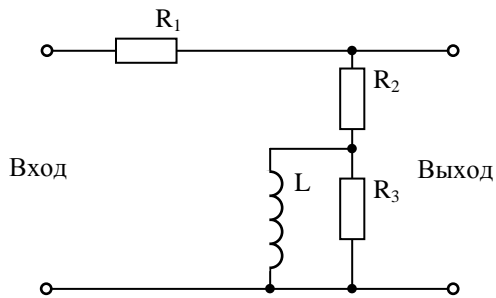


Рис. 22.

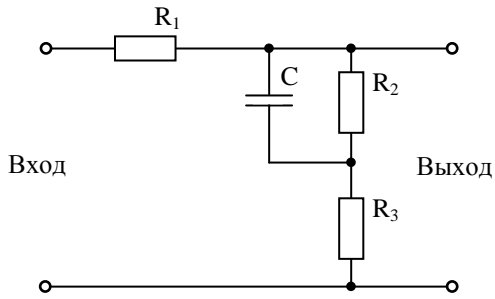


Рис. 23.

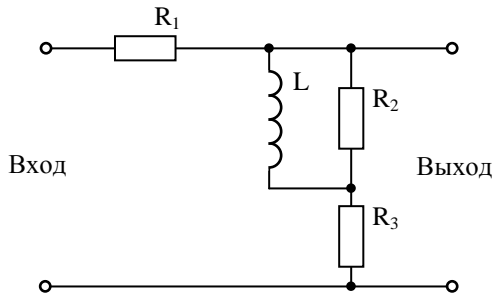


Рис. 24.

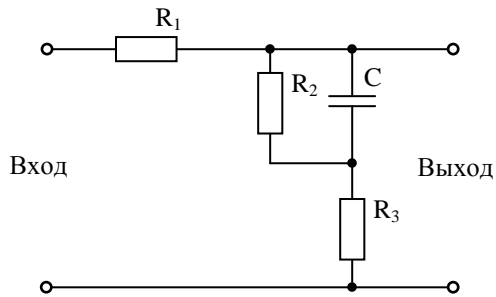


Рис. 25.

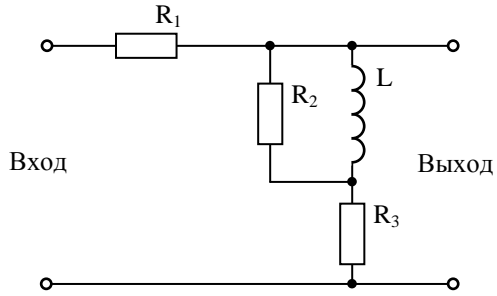


Рис. 26.

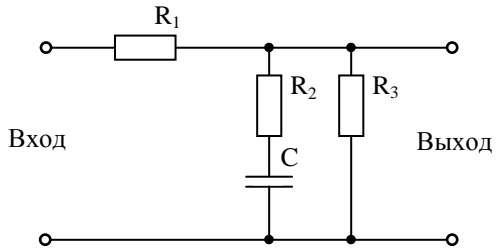


Рис. 27.

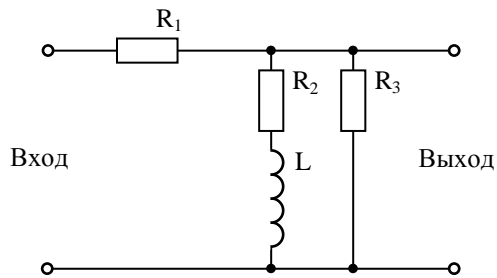


Рис. 28.

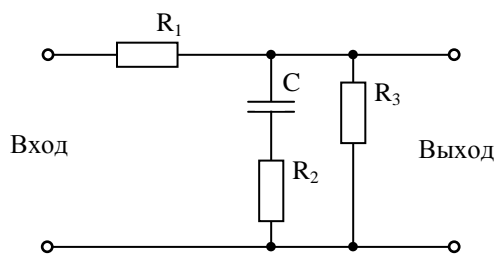


Рис. 29.

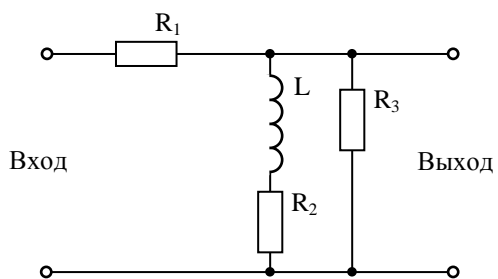


Рис. 30.

## КРАТКАЯ ТЕОРИЯ ЧЕТЫРЁХПОЛЮСНИКОВ

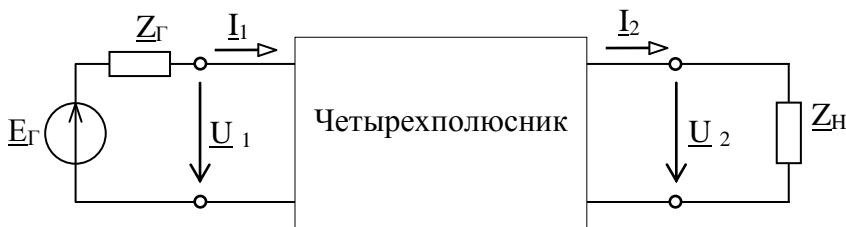


Рис. 31. Обобщённая схема четырёхполюсника

При гармоническом воздействии четырёхполюсник (рис. 31) имеет входное напряжение  $\underline{U}_1$  и входной ток  $\underline{I}_1$ , а также выходное напряжение  $\underline{U}_2$  и выходной ток  $\underline{I}_2$ . К входным выводам подключается источник сигнала, а к выходным нагрузка.

Для негармонических колебаний можно воспользоваться спектральным представлением напряжений и токов:  $U_1(j\omega)$ ,  $I_1(j\omega)$ ,  $U_2(j\omega)$ ,  $I_2(j\omega)$ ,  $E_G(j\omega)$ .

Уравнения передачи четырёхполюсника связывают  $\underline{U}_1$ ,  $\underline{I}_1$ ,  $\underline{U}_2$ ,  $\underline{I}_2$

*Всего 6 типов уравнений:*

1. Уравнения в  $\underline{A}$  - параметрах
2. Уравнения в  $\underline{Z}$  - параметрах
3. Уравнения в  $\underline{Y}$  - параметрах
4. Уравнения в  $\underline{H}$  - параметрах
5. Уравнения в  $\underline{G}$  - параметрах
6. Уравнения в  $\underline{B}$  - параметрах

Рассмотрим только уравнения в  $\underline{A}$  - параметрах.  $\underline{A}$  – параметры очень удобно использовать для нахождения формул входного  $\underline{Z}_{C1}$  и выходного  $\underline{Z}_{C2}$  характеристических сопротивлений (необходимы при согласовании четырёхполюсника с источником сигнала и с нагрузкой), для нахождения постоянной передачи  $\underline{\Gamma}$  (используется при расчёте каскадного соединения четырёхполюсников).

$$\begin{aligned}\underline{U}_1 &= \underline{A}_{11} \cdot \underline{U}_2 + \underline{A}_{12} \cdot \underline{I}_2 \\ \underline{I}_1 &= \underline{A}_{21} \cdot \underline{U}_2 + \underline{A}_{22} \cdot \underline{I}_2\end{aligned}$$

Параметры  $\underline{A}_{11}$  и  $\underline{A}_{21}$  находятся при холостом ходе на выходе четырёхполюсника ( $\underline{I}_2 = 0$  и, следовательно,  $\underline{A}_{12}\underline{I}_2 = 0$  и  $\underline{A}_{22}\underline{I}_2 = 0$ ):

$$\underline{A}_{11} = \left. \frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} \right|_{\underline{I}_2=0} ; \quad \underline{A}_{21} = \left. \frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_2} \right|_{\underline{I}_2=0} .$$

Параметры  $\underline{A}_{12}$  и  $\underline{A}_{22}$  находятся при коротком замыкании на выходе четырёхполюсника ( $\underline{U}_2 = 0$  и, следовательно,  $\underline{A}_{11}\underline{U}_2 = 0$  и  $\underline{A}_{21}\underline{U}_2 = 0$ ):

$$\underline{A}_{12} = \left. \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_2} \right|_{\underline{U}_2=0} \quad \underline{A}_{22} = \left. \frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2} \right|_{\underline{U}_2=0} .$$

Проверкой правильности формул найденных  $\underline{A}$ -параметров для заданных четырёхполюсников будет выполнение условия

$$\underline{A}_{11} \cdot \underline{A}_{22} - \underline{A}_{12} \cdot \underline{A}_{21} = 1 .$$

### Каскадное соединение четырёхполюсников

Параметры сложного четырёхполюсника (рис. 32) можно найти по параметрам простых четырёхполюсников, из которых он образован.

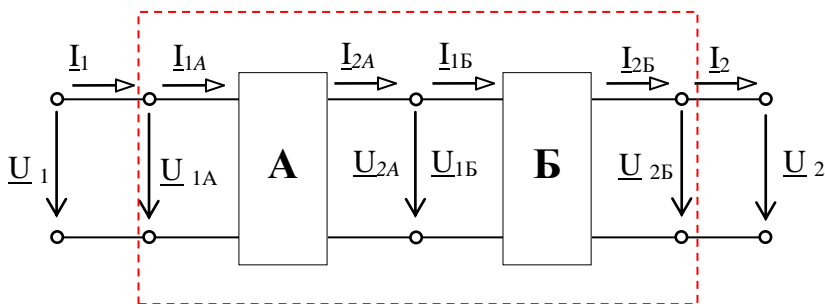


Рис. 32. Каскадное соединение четырёхполюсников

Так как  $\underline{U}_{2A} = \underline{U}_{1B}$  и  $\underline{I}_{2A} = \underline{I}_{1B}$ , то  $\begin{vmatrix} \underline{U}_{2A} \\ \underline{I}_{2A} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \underline{U}_{1B} \\ \underline{I}_{1B} \end{vmatrix}$

Учитывая, что

$$\begin{vmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \underline{A}_{11A} & \underline{A}_{12A} \\ \underline{A}_{21A} & \underline{A}_{22A} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \underline{U}_{2A} \\ \underline{I}_{2A} \end{vmatrix} \quad \text{и}$$

$$\begin{vmatrix} \underline{U}_{1B} \\ \underline{I}_{1B} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \underline{A}_{11B} & \underline{A}_{12B} \\ \underline{A}_{21B} & \underline{A}_{22B} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \underline{U}_{2B} \\ \underline{I}_{2B} \end{vmatrix}$$

получаем

$$\begin{vmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \underline{A}_{11A} & \underline{A}_{12A} \\ \underline{A}_{21A} & \underline{A}_{22A} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \underline{A}_{11B} & \underline{A}_{12B} \\ \underline{A}_{21B} & \underline{A}_{22B} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \underline{U}_{2B} \\ \underline{I}_{2B} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \underline{A}_{11} & \underline{A}_{12} \\ \underline{A}_{21} & \underline{A}_{22} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 \end{vmatrix}$$

Таким образом, результирующая матрица равна произведению матриц каскадно-соединённых четырёхполосников

$$\underline{\mathbf{A}} = \underline{\mathbf{A}}_A \underline{\mathbf{A}}_B.$$

Это правило распространяется на любое число каскадно-соединённых четырёхполосников, причем матрицы должны записываться в порядке следования четырёхполосников, т. к. умножение матриц не подчиняется переместительному закону.

На рисунке 33 показано прямое включение четырёхполосника (нагрузка включена со стороны выходных выводов).



Рис. 33. Прямое включение четырёхполосника



Используя зависимость  $\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_{H2}}$ , записываем основные уравнения нагруженного четырехполюсника в форме  $\underline{A}$ -параметров

$$\begin{aligned}\underline{U}_1 &= \underline{A}_{11} \cdot \underline{U}_2 + \underline{A}_{12} \cdot \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_{H2}} = \frac{(\underline{A}_{11} \cdot \underline{Z}_{H2} + \underline{A}_{12}) \cdot \underline{U}_2}{\underline{Z}_{H2}} = \\ &= (\underline{A}_{11} \cdot \underline{Z}_{H2} + \underline{A}_{12}) \cdot \underline{I}_2\end{aligned}$$

$$\underline{I}_1 = \underline{A}_{21} \cdot \underline{U}_2 + \underline{A}_{22} \cdot \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_{H2}} = \frac{(\underline{A}_{21} \cdot \underline{Z}_{H2} + \underline{A}_{22}) \cdot \underline{U}_2}{\underline{Z}_{H2}} = (\underline{A}_{21} \cdot \underline{Z}_{H2} + \underline{A}_{22}) \cdot \underline{I}_2$$

Из полученных уравнений можно определить входное сопротивление, передаточную функцию по напряжению, передаточную функцию по току нагруженного четырехполюсника:

$$\underline{Z}_{BX1} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} = \frac{\underline{A}_{11} \cdot \underline{Z}_{H2} + \underline{A}_{12}}{\underline{A}_{21} \cdot \underline{Z}_{H2} + \underline{A}_{22}},$$

$$\underline{H}_{U21} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{\underline{Z}_{H2}}{\underline{A}_{11} \cdot \underline{Z}_{H2} + \underline{A}_{12}},$$

$$\underline{H}_{I21} = \frac{\underline{I}_2}{\underline{I}_1} = \frac{1}{\underline{A}_{21} \cdot \underline{Z}_{H2} + \underline{A}_{22}}.$$

Обратное включение четырехполюсников (нагрузка включена со стороны входных выводов) рассматривать не будем.

### **Характеристические (вторичные) параметры четырехполюсников.**

Характеристические (вторичные) параметры используются для расчета и исследования *каскадного* соединения *одинаковых* четырехполюсников.

Существует два типа вторичных параметров четырёхполюсников:

1. Характеристические сопротивления  $\underline{Z}_C$
2. Постоянные передачи  $\underline{\Gamma}$ .

### Характеристические сопротивления $\underline{Z}_{C1}$ и $\underline{Z}_{C2}$ .

$\underline{Z}_{C1}$  и  $\underline{Z}_{C2}$  - это пара сопротивлений, такая, что при подключении к выходным зажимам сопротивления нагрузки  $\underline{Z}_{H2}$  равного  $\underline{Z}_{C2}$  (выходное характеристическое сопротивление), входное сопротивление четырёхполюсника со стороны входных зажимов будет равно  $\underline{Z}_{C1}$  (входное характеристическое сопротивление).



Рис. 34. Четырёхполюсник с согласованной нагрузкой на выходе



Рис. 35. Четырёхполюсник с согласованной нагрузкой на входе

Найдем характеристические сопротивления  $\underline{Z}_{C1}$  и  $\underline{Z}_{C2}$

$$\underline{Z}_{C1} = \underline{Z}_{BX1} = \frac{\underline{A}_{11} \cdot \underline{Z}_{C2} + \underline{A}_{12}}{\underline{A}_{21} \cdot \underline{Z}_{C2} + \underline{A}_{22}},$$

$$\underline{Z}_{C2} = \underline{Z}_{BX2} = \frac{\underline{A}_{22} \cdot \underline{Z}_{C1} + \underline{A}_{12}}{\underline{A}_{21} \cdot \underline{Z}_{C1} + \underline{A}_{11}}.$$

Из вышеприведенных уравнений найдём  $\underline{Z}_{C1}$  и  $\underline{Z}_{C2}$

$$\underline{Z}_{C1} = \sqrt{\frac{\underline{A}_{11} \cdot \underline{A}_{12}}{\underline{A}_{21} \cdot \underline{A}_{22}}} = \sqrt{\underline{Z}_{BX1XX} \cdot \underline{Z}_{BX1K3}} ,$$

$$\underline{Z}_{C2} = \sqrt{\frac{\underline{A}_{22} \cdot \underline{A}_{12}}{\underline{A}_{21} \cdot \underline{A}_{11}}} = \sqrt{\underline{Z}_{BX2XX} \cdot \underline{Z}_{BX2K3}} .$$

Полученные формулы указывают на то, что характеристические сопротивления  $\underline{Z}_{C1}$  и  $\underline{Z}_{C2}$  можно найти непосредственно из опытов холостого хода и короткого замыкания.

Если  $\underline{Z}_{H2} = \underline{Z}_{C2}$ , то четырехполосник с согласованной нагрузкой на выходе.

Если  $\underline{Z}_{H1} = \underline{Z}_{C1}$ , то четырехполосник с согласованной нагрузкой на входе.

### Четырехполосник с согласованной нагрузкой на выходе.

$$\underline{H}_{U21} = \left. \frac{U_2}{U_1} \right|_{\underline{Z}_{H2} = \underline{Z}_{C2}} = \sqrt{\frac{\underline{A}_{22}}{\underline{A}_{11}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\underline{A}_{11} \cdot \underline{A}_{22}} + \sqrt{\underline{A}_{12} \cdot \underline{A}_{22}}} ,$$

$$\underline{H}_{I21} = \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{\underline{Z}_{H2} = \underline{Z}_{C2}} = \sqrt{\frac{\underline{A}_{11}}{\underline{A}_{22}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\underline{A}_{11} \cdot \underline{A}_{22}} + \sqrt{\underline{A}_{12} \cdot \underline{A}_{22}}} ,$$

Четырёхполосник с согласованной нагрузкой на входе рассматривать не будем.

### Характеристические постоянные передачи неавтономного проходного четырехполосника $\underline{\Gamma}_1$ и $\underline{\Gamma}_2$ .

Напряжения на входе часто очень сильно отличаются от напряжений на выходе (и токи тоже). Например: в полосе пропускания фильтра напряжение на входе почти равно напряжению на выходе, а в

полосе непропускания меньше в тысячи раз. Поэтому отношения напряжений (и токов) принято оценивать в логарифмическом масштабе.

$$\left. \begin{aligned} \underline{\Gamma}_1 &= -\ln \sqrt{\underline{K}_{U21} \cdot \underline{K}_{I21}} \\ \underline{\Gamma}_2 &= -\ln \sqrt{\underline{K}_{U12} \cdot \underline{K}_{I12}} \end{aligned} \right\} \text{при согласовании на входе и на выходе}$$

четыреполюсника.

Подставив  $\underline{K}_{U21}$ ,  $\underline{K}_{I21}$ ,  $\underline{K}_{U12}$ ,  $\underline{K}_{I12}$ , получаем:

$$\begin{aligned} \underline{\Gamma}_1 &= \ln \left( \sqrt{\underline{A}_{11} \cdot \underline{A}_{22}} + \sqrt{\underline{A}_{12} \cdot \underline{A}_{21}} \right), \\ \underline{\Gamma}_2 &= \ln \left[ \frac{\sqrt{\underline{A}_{11} \cdot \underline{A}_{22}} + \sqrt{\underline{A}_{12} \cdot \underline{A}_{21}}}{\Delta \underline{A}} \right] = \\ &= -\ln \left( \sqrt{\underline{A}_{11} \cdot \underline{A}_{22}} - \sqrt{\underline{A}_{12} \cdot \underline{A}_{21}} \right) \\ \Delta \underline{A} &= \underline{A}_{11} \underline{A}_{22} - \underline{A}_{12} \underline{A}_{21}. \end{aligned}$$

У взаимного четырехполюсника  $\Delta A=1$ , поэтому характеристические постоянные передачи такого четырехполюсника в прямом и обратном включениях одинаковы:

$$\underline{\Gamma}_1 = \underline{\Gamma}_2 = \underline{\Gamma} = \ln \left( \sqrt{\underline{A}_{11} \cdot \underline{A}_{22}} + \sqrt{\underline{A}_{12} \cdot \underline{A}_{21}} \right)$$

т.о. взаимный четырехполюсник имеет в общем случае 3 независимых параметра.

## Каскадное соединение с согласованной нагрузкой на выходе.

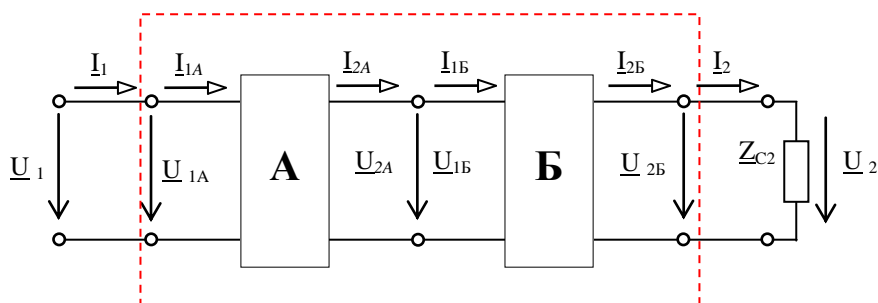


Рис. 36. Каскадное соединение двух четырёхполюсников с согласованной нагрузкой на выходе

Входное сопротивление для эквивалентного четырёхполюсника

$$\underline{Z}_{BX} = \underline{Z}_{C1A}.$$

Коэффициент передачи по напряжению для эквивалентного четырёхполюсника

$$\underline{H}_{U21} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{\underline{U}_{2B}}{\underline{U}_{1A}} = \frac{\underline{U}_{2B} \cdot \underline{U}_{2A}}{\underline{U}_{1B} \cdot \underline{U}_{1A}} = \underline{H}_{U21A} \cdot \underline{H}_{U21B}.$$

Коэффициент передачи по напряжению для эквивалентного четырёхполюсника через характеристические параметры

$$\underline{H}_{U21} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_{C2A}}{\underline{Z}_{C1A}}} \cdot e^{-\Gamma_{1A}} \cdot \sqrt{\frac{\underline{Z}_{C2B}}{\underline{Z}_{C1B}}} \cdot e^{-\Gamma_{1B}} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_{C2B}}{\underline{Z}_{C1A}}} \cdot e^{-(\Gamma_{1A} + \Gamma_{1B})}.$$

## Коэффициенты передачи цепи в функции A – параметров при произвольной нагрузке

1. Коэффициент передачи по напряжению

$$\underline{H}_U = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{\underline{Z}_H}{\underline{A}_{11}\underline{Z}_H + \underline{A}_{12}}.$$

2. Коэффициент передачи по току

$$\underline{H}_I = \frac{\underline{I}_2}{\underline{I}_1} = \frac{1}{\underline{A}_{21}\underline{Z}_H + \underline{A}_{22}}.$$

3. Передаточное сопротивление

$$\underline{H}_Z = \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_1} = \frac{\underline{Z}_H}{\underline{A}_{21}\underline{Z}_H + \underline{A}_{22}}.$$

4. Передаточная проводимость

$$\underline{H}_Y = \frac{\underline{I}_2}{\underline{U}_1} = \frac{1}{\underline{A}_{11}\underline{Z}_H + \underline{A}_{12}}.$$

## Переходная и импульсная характеристики

### Единичная функция

Единичной ступенчатой функцией называется скачкообразное изменение входного воздействия от 0 до 1.

$$1(t-t_0) = \begin{cases} 0 & \text{при } t \leq t_0; \\ 1 & \text{при } t \geq t_0 \end{cases};$$

при  $t_0 = 0$ ,

$$1(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t \leq 0 \\ 1 & \text{при } t \geq 0 \end{cases}.$$

При  $t_0 = 0$ , единичная функция обозначается, как  $1(t)$  или как  $\sigma(t)$ . График единичной функции имеет вид ступеньки или скачка, высота которого равна 1. Такой скачок называют единичным (рис. 37 и 38).

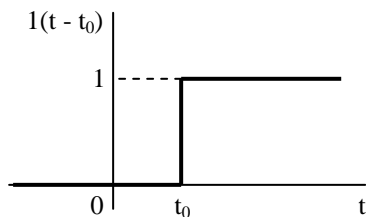


Рис. 37. Единичная функция при  $t \neq 0$

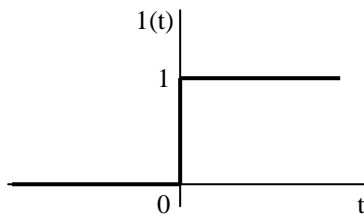


Рис. 38. Единичная функция при  $t = 0$

### Единичный импульс

Единичным импульсом называется производная от единичной функции

$$\delta(t - t_0) = \frac{d}{dt}(t - t_0).$$

Единичный импульс представляет собой бесконечно короткий импульс бесконечно большой высоты, площадь под которым равна 1.

Единичный скачок можно выразить через импульсную функцию

$$1(t - t_0) = \int_{-\infty}^t \delta(t - t_0) dt.$$

Таким образом,  $\delta$  - функция представляет собой производную от единичной ступенчатой функции, а единичная ступенчатая функция – интеграл от  $\delta$  - функции.

### **Переходная характеристика**

Переходной характеристикой  $h(t)$  называют реакцию цепи на воздействие единичного скачка тока или напряжения. Размерность переходной характеристики равна отношению размерности отклика цепи к размерности внешнего воздействия. Она может иметь размерность сопротивления, проводимости или быть безразмерной.

### **Импульсная характеристика**

Импульсной характеристикой  $h_\delta(t)$  называется реакция цепи на единичную импульсную функцию. Размерность импульсной характеристики равна отношению размерности отклика цепи к произведению размерности внешнего воздействия на время.



# ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

## Пример определения $A$ - параметров четырёхполюсника

Пусть заданы исходная схема четырёхполюсника (Рис. 39) и параметры его элементов (таблица 2)

Таблица 2

Вариант	Схема	$R_1$ , Ом	$R_3$ , Ом	$R_4$ , Ом	$C$ , мкФ	Функция реакции
51	Рис. 39	650	600	200	0.2	Все токи и напряжения

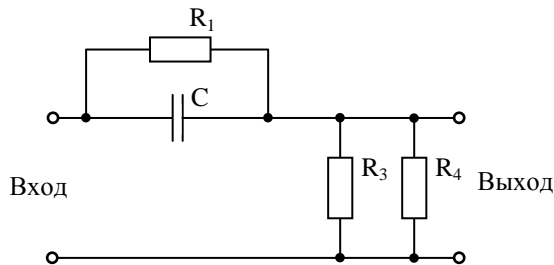


Рис. 39. Исходная схема четырёхполюсника

Определим формулы  $A$  - параметров заданного четырёхполюсника. Для этого упростим схему исходного четырёхполюсника (рис. 40).

Параллельно соединённые ёмкость  $C$  и сопротивление  $R_1$  заменим комплексным сопротивлением  $Z_5$ , а параллельно соединённые сопротивления  $R_3$  и  $R_4$  заменим сопротивлением  $R_6$  (рис. 40)

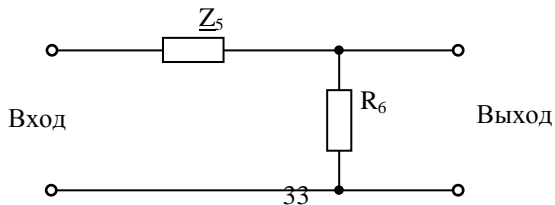


Рис. 40. Упрощённая схема четырёхполюсника

$$\underline{Z}_5 = \frac{R_1 \frac{1}{j\omega C}}{R_1 + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R_1}{1 + j\omega R_1 C},$$

$$\underline{R}_6 = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}.$$

Параметры  $\underline{A}_{11}$  и  $\underline{A}_{21}$  найдём из опыта холостого хода ( $\underline{I}_2 = 0$ ).

$$\begin{aligned} \underline{A}_{11} &= \left. \frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} \right|_{\underline{I}_2=0} = \frac{(\underline{Z}_5 + R_6)\underline{I}_1}{R_6 \underline{I}_1} = \frac{\underline{Z}_5 + R_6}{R_6} = \\ &= \frac{\frac{R_1}{1 + j\omega R_1 C} + R_6}{R_6} = 1 + \frac{R_1}{R_6 + j\omega R_1 R_6 C} = , \\ &= \frac{R_1 + R_6 + j\omega R_1 R_6 C}{R_6 + j\omega R_1 R_6 C} \end{aligned}$$

$$\underline{A}_{21} = \left. \frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_2} \right|_{\underline{I}_2=0} = \frac{\underline{I}_1}{R_6 \underline{I}_1} = \frac{1}{R_6}.$$

Параметры  $\underline{A}_{12}$  и  $\underline{A}_{22}$  найдём (смотри схему рис. 41) из опыта короткого замыкания ( $\underline{U}_2 = 0$ ).

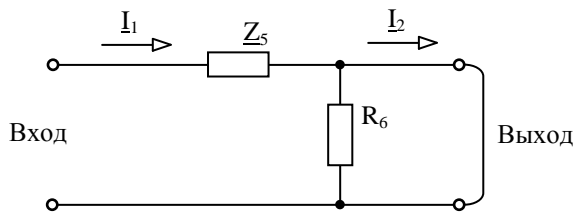


Рис. 41. Упрощённая схема четырёхполюсника при коротком замыкании на выходе

При коротком замыкании на выходе четырёхполюсника входной и выходной токи для данной схемы равны между собой ( $\underline{I}_1 = \underline{I}_2$ )

$$\underline{A}_{12} = \left. \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_2} \right|_{\underline{U}_2=0} = \frac{\underline{Z}_5 \underline{I}_1}{\underline{I}_2} = \underline{Z}_5 = \frac{R_1}{1 + j\omega R_1 C},$$

$$\underline{A}_{22} = \left. \frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2} \right|_{\underline{U}_2=0} = 1.$$

Проверка. Если формулы А – параметров найдены верно, должно выполняться условие

$$\underline{A}_{11} \cdot \underline{A}_{22} - \underline{A}_{12} \cdot \underline{A}_{21} = 1$$

$$\begin{aligned} & \frac{R_1 + R_6 + j\omega R_1 R_6 C}{R_6 + j\omega R_1 R_6 C} \cdot 1 - \frac{R_1}{1 + j\omega R_1 C} \cdot \frac{1}{R_6} = \\ & = \frac{R_1 + R_6 + j\omega R_1 R_6 C - R_1}{R_6 + j\omega R_1 R_6 C} = \frac{R_6 + j\omega R_1 R_6 C}{R_6 + j\omega R_1 R_6 C} = 1 \end{aligned}$$

Условие выполняется, следовательно, формулы А–параметров найдены верно.

Примеры нахождения вторичных параметров не приводятся, так как это обычные вычисления с комплексными числами.

### Пример вывода формул амплитудно-частотной (АЧХ) и фазочастотной (ФЧХ) характеристик четырёхполюсника

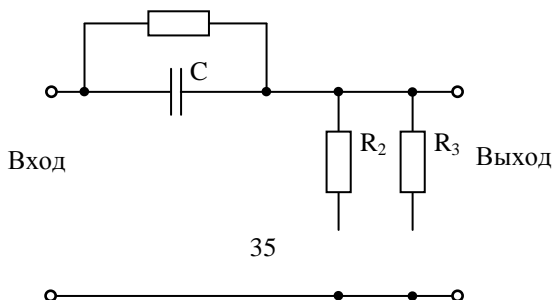


Рис. 42. Исходная схема четырёхполюсника

### Вывод формулы передаточной функции по напряжению

Под передаточной функцией по напряжению понимают отношение выходного напряжения  $U_2(j\omega)$  к входному напряжению  $U_1(j\omega)$  при холостом ходе на выходе четырёхполюсника ( $I_2=0$ ).

$$H_U(j\omega) = \frac{U_2(j\omega)}{U_1(j\omega)} \quad \text{или} \quad H_U(jf) = \frac{U_2(jf)}{U_1(jf)}.$$

Для упрощения записей воспользуемся комплексной формой обозначений

$$\underline{H}_U = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}.$$

#### 1. Упростим схему

Упростим схему, заменив параллельно соединенные сопротивления конденсатора  $C$  и резистора  $R_1$  одним сопротивлением  $Z_4$ , а сопротивления  $R_3$  и  $R_4$ , одним сопротивлением  $R_5$ . Укажем на схеме напряжения и токи (рис. 43).

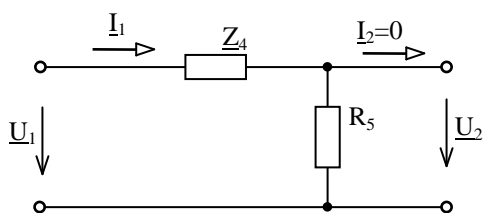


Рис. 43. Упрощённая схема четырёхполюсника

$$\underline{Z}_4 = \frac{\frac{1}{j\omega C} R_1}{\frac{1}{j\omega C} + R_1} = \frac{R_1}{1 + j\omega R_1 C},$$

$$R_5 = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{600 \cdot 200}{600 + 200} = 150 \text{ Ом}.$$

Так как ток  $\underline{I}_2 = 0$  (холостой ход на выходе четырёхполюсника), то напряжение на выходе будет

$$\underline{U}_2 = R_5 \underline{I}_1.$$

## 2. Формула передаточной функции

Учитывая, что  $\underline{U}_1 = (\underline{Z}_4 + R_5) \underline{I}_1$ , а  $\underline{U}_2 = R_5 \underline{I}_1$ , получим

$$\begin{aligned} \underline{H}_U &= \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{R_5 \underline{I}_1}{(R_5 + \underline{Z}_4) \underline{I}_1} = \frac{R_5}{R_5 + \underline{Z}_4} = \frac{R_5}{R_5 + \frac{R_1}{1 + j\omega R_1 C}} = \\ &= \frac{R_5 + j\omega R_1 R_5 C}{R_1 + R_5 + j\omega R_1 R_5 C} \end{aligned}$$

3. **Формулы АЧХ и ФЧХ четырёхполюсника.** Перейдём от алгебраической формы записи выведенной формулы к показательной форме её записи, чтобы в дальнейшем получить формулы амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) и фазочастотной характеристики (ФЧХ).

$$\begin{aligned}
\underline{H}_U &= \frac{U_2}{U_1} = \frac{R_5 + j\omega R_1 R_5 C}{R_1 + R_5 + j\omega R_1 R_5 C} = \\
&= \frac{\sqrt{R_5^2 + (\omega R_1 R_5 C)^2} \angle \arctg \frac{\omega R_1 R_5 C}{R_5}}{\sqrt{(R_1 + R_5)^2 + (\omega R_1 R_5 C)^2} \angle \arctg \frac{\omega R_1 R_5 C}{R_1 + R_5}} = \\
&= \frac{\sqrt{R_5^2 + (\omega R_1 R_5 C)^2} \angle \arctg \omega R_1 C}{\sqrt{(R_1 + R_5)^2 + (\omega R_1 R_5 C)^2} \angle \arctg \frac{\omega R_1 R_5 C}{R_1 + R_5}} = \\
&= \frac{\sqrt{R_5^2 + (\omega R_1 R_5 C)^2}}{\sqrt{(R_1 + R_5)^2 + (\omega R_1 R_5 C)^2}} \angle (\arctg \omega R_1 C - \arctg \frac{\omega R_1 R_5 C}{R_1 + R_5}).
\end{aligned}$$

Окончательно

$$\underline{H}_U = \frac{U_2}{U_1} = H_U(\omega) \angle \varphi(\omega),$$

$$\text{где } H_U(\omega) = \frac{\sqrt{R_5^2 + (\omega R_1 R_5 C)^2}}{\sqrt{(R_1 + R_5)^2 + (\omega R_1 R_5 C)^2}} \quad - \quad \text{АЧХ}$$

четырёхполюсника,

$$\varphi(\omega) = \arctg \omega R_1 C - \arctg \frac{\omega R_1 R_5 C}{R_1 + R_5} \quad - \quad \text{ФЧХ}$$

четырёхполюсника.

Если частоту представить в Гц, формулы приобретут вид

$$H_U(f) = \frac{\sqrt{R_5^2 + (2\pi f R_1 R_5 C)^2}}{\sqrt{(R_1 + R_5)^2 + (2\pi f R_1 R_5 C)^2}}$$

$$\varphi(f) = \operatorname{arctg} 2\pi f R_1 C - \operatorname{arctg} \frac{2\pi f R_1 R_5 C}{R_1 + R_5}.$$

**4. Значения АЧХ и ФЧХ для частот  $f=0, f_{ГР}, f=\infty$ .**

Значение коэффициента передачи по напряжению  $H_U$  для  $f = 0$ .

$$\begin{aligned} H_U(0) &= \frac{\sqrt{R_5^2 + (2\pi \cdot 0 \cdot R_1 R_5 C)^2}}{\sqrt{(R_1 + R_5)^2 + (2\pi \cdot 0 \cdot R_1 R_5 C)^2}} = \\ &= \frac{R_1}{R_1 + R_5} = \frac{150}{150 + 250} = 0,375 \end{aligned}$$

Значение ФЧХ  $\varphi(f)$  для  $f = 0$ .

$$\begin{aligned} \varphi(0) &= \operatorname{arctg}(2\pi \cdot 0 \cdot R_1 C) - \operatorname{arctg}\left(\frac{2\pi \cdot 0 \cdot R_1 R_5 C}{R_1 + R_5}\right) = \\ &= 0^0 - 0^0 = 0^0 \end{aligned}$$

Значение коэффициента передачи по напряжению  $H_U$  для  $f = \infty$ .

$$H_U(\infty) = \frac{\sqrt{R_5^2 + (2\pi \cdot \infty \cdot R_1 R_5 C)^2}}{\sqrt{(R_1 + R_5)^2 + (2\pi \cdot \infty \cdot R_1 R_5 C)^2}} = 1.$$

Максимальное значение коэффициента передачи по напряжению  $H_{U \max} = 1$ .

Значение ФЧХ  $\varphi(f)$  для  $f = \infty$ .

$$\begin{aligned}\varphi(\infty) &= \operatorname{arctg}(2\pi \cdot \infty \cdot R_1 C) - \operatorname{arctg}\left(\frac{2\pi \cdot \infty R_1 R_5 C}{R_1 + R_5}\right) = \\ &= 90^\circ - 90^\circ = 0^\circ\end{aligned}$$

Определим граничную частоту по уровню 0,707 от максимального значения АЧХ ( $H_{U \max} = 1$ ).

$$\begin{aligned}H_U(\omega_{ГР}) &= \frac{\sqrt{R_5^2 + (\omega_{ГР} R_1 R_5 C)^2}}{\sqrt{(R_1 + R_5)^2 + (\omega_{ГР} R_1 R_5 C)^2}} = 0,707 \\ 0,707 &= \frac{\sqrt{250^2 + (\omega_{ГР} 150 \cdot 250 \cdot 0,2 \cdot 10^{-6})^2}}{\sqrt{(250 + 150)^2 + (\omega_{ГР} 150 \cdot 250 \cdot 0,2 \cdot 10^{-6})^2}}\end{aligned}$$

Откуда  $\omega = 45215,5 \text{ c}^{-1}$ , следовательно

$$f_{ГР} = \frac{\omega_{ГР}}{2\pi} = \frac{45215,5}{2\pi} = 7199,93 \approx 7200 \text{ Гц}.$$

Таким образом, данный четырёхполюсник представляет собой фильтр верхних частот с полосой пропускания от 7200 Гц до бесконечности.

Значение ФЧХ  $\varphi(f)$  для  $f_{ГР} = 7200 \text{ Гц}$ .

$$\begin{aligned}\varphi(f_{ГР}) &= \operatorname{arctg} 2\pi f_{ГР} R_1 C - \operatorname{arctg} \frac{2\pi f_{ГР} R_1 R_5 C}{R_1 + R_5} = \\ &= \operatorname{arctg} 2\pi 7200 \cdot 250 \cdot 0,2 \cdot 10^{-6} - \\ &- \operatorname{arctg} \frac{2\pi 7200 \cdot 250 \cdot 150 \cdot 0,2 \cdot 10^{-6}}{250 + 150} = 66,14^\circ - 40,3^\circ = 25,85^\circ\end{aligned}$$



## Графики АЧХ и ФЧХ

Схема, собранная в программе «Электронная скамья» (WEWB), для снятия АЧХ и ФЧХ, показана на рисунке 43.

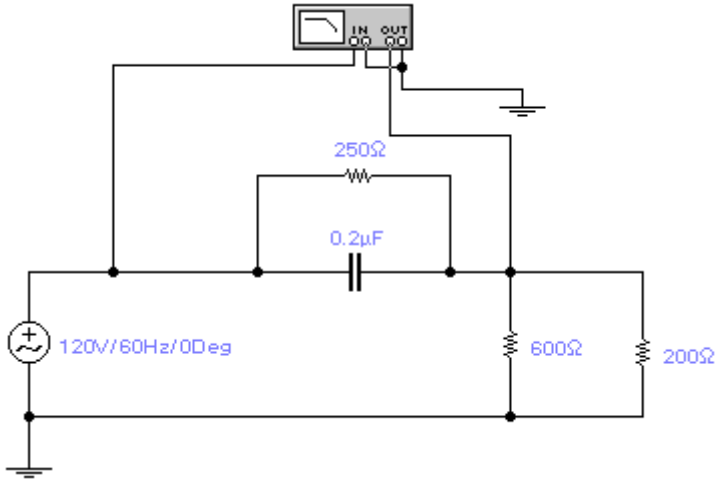


Рис. 43. Схема четырёхполюсника, собранная в программе WEBW

Проверим, совпадают ли полученные выше значения АЧХ и ФЧХ для частот  $f=0$ ,  $f=\infty$ ,  $f_{ГР}$  со значениями, рассчитанными программой WEBW. Отметим, что при данной настройке программа WEBW выдаёт результат с точностью порядка 1%. Для проверки выберем по вертикальной оси  $[H_U(f)]$  линейный масштаб, а по горизонтальной оси логарифмический ( $\log f$ ). Настроим характериограф так, как показано на рисунке 44 (как правильно настраивать характериограф, рассказано в приложении). Обратите внимание на нижнюю (200 Гц) и на верхнюю (100 кГц) частоты настройки характериографа.

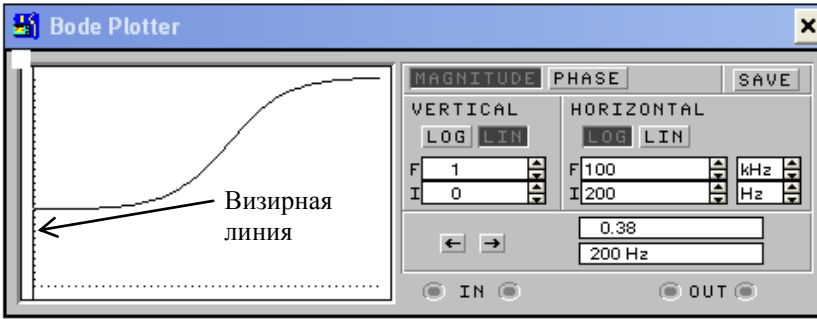


Рис. 44. Настройка на нижнюю частоту (200 Гц).

Характериограф показывает, что на частоте 200 Гц значение коэффициента передачи по напряжению  $H_U(0)=0,38$  (на частоте 0 будет приблизительно то же значение), что хорошо совпадает ( $0,38 \approx 0,375$ ) с рассчитанным выше значением для нулевой частоты.

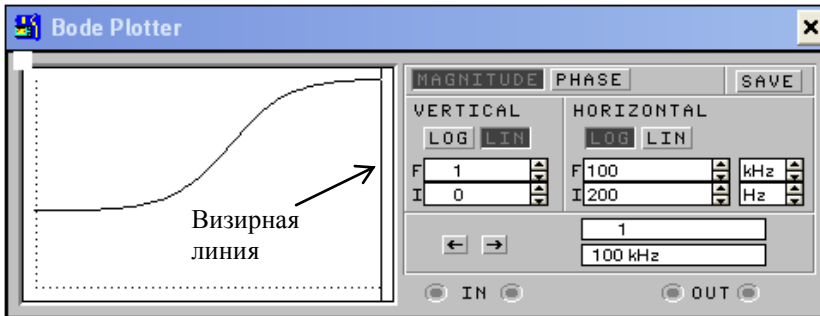


Рис. 45. Настройка на верхнюю частоту (100кГц).

Характериограф показывает (рис. 45), что на частоте 100 кГц значение  $H_U(\infty)=1$  (при дальнейшем увеличении частоты это значение не изменится), что точно совпадает с рассчитанным выше значением.

Определим с помощью характерографа полосу пропускания четырёхполюсника по уровню 0,707 от максимального значения АЧХ. Поскольку максимальное значение АЧХ в нашем примере равно 1, то визирную линию следует установить в районе, близком к значению 0,707, как показано на рисунке 46.

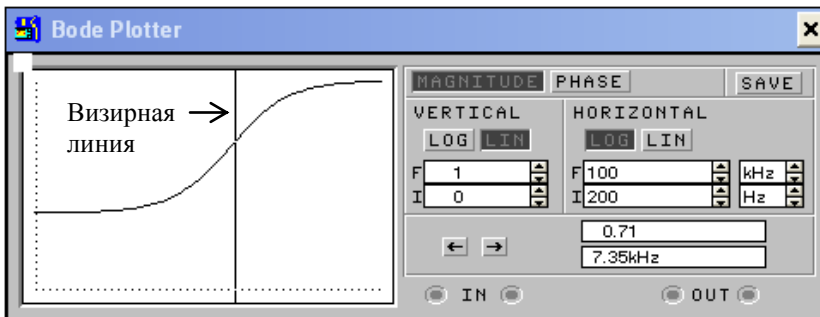


Рис. 46. Настройка  $H_U(f)$  на граничную (7,35 кГц) частоту

Как видно из графика рисунка 46, граничная частота приблизительно совпадает с рассчитанной выше частотой. Ошибка появилась из-за того, что программа не позволяет точно установить уровень 0,707. Пришлось установить уровень ближайший к 0,707, а именно уровень 0,71.

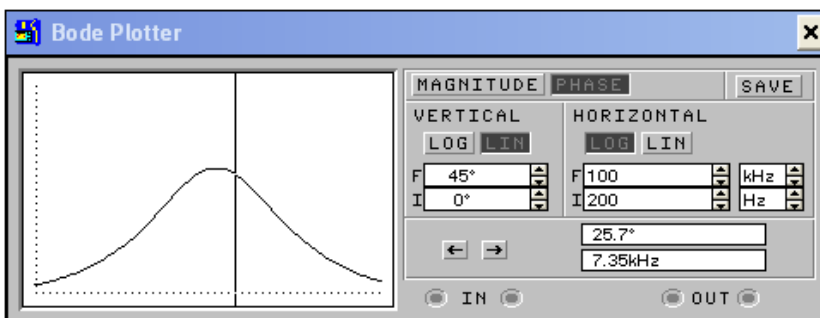


Рис. 8. Настройка  $\varphi(\omega)$  на граничную (7,35 кГц) частоту

Из рисунка 47 видно, что расчётное значение  $\varphi(f_{Гр})$  и значение полученное из графика практически совпадают  $25,85^\circ \approx 25,7$ . Ошибка возникла из-за неточности установки граничной частоты.

Из графика ФЧХ можно узнать максимальное значение ФЧХ и частоту, на которой оно достигается (рис. 48).

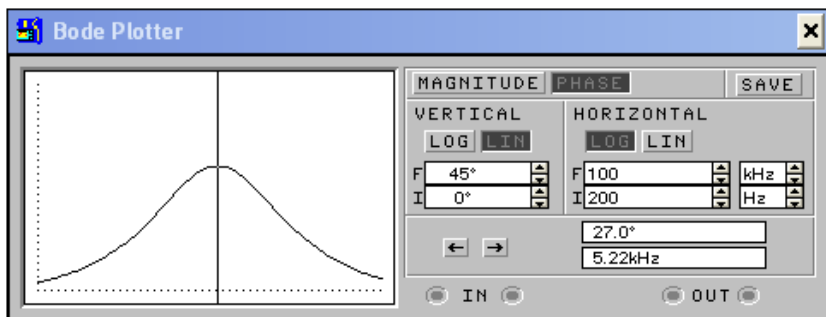


Рис. 48. Настройка  $\varphi(\omega)$  на максимальное значение

По графику, показанному на рисунке 48 определяем максимальное значение ФЧХ  $\varphi(\omega)_{\max} = 27^\circ$  и частоту  $f = 5.22$  кГц, на которой оно достигается.

### Построение годографа

Годограф это геометрическое место концов векторов передаточной функции при изменении частоты от нуля до бесконечности.

Для построения годографа можно воспользоваться программой WEWB (Электронная скамья). Для этого используют схему с характеристическим (рис. 43). Постепенно увеличивая частоту, создают таблицу (смотри таблицу 3), в которую заносят модули и аргументы передаточной функции для выбранных частот. Частоты следует выбирать так, чтобы достаточно равномерно распределить точки на годографе (смотри рисунок 44).

Таблица 3

$f, \text{кГц}$	0	1,37	2,34	4,08	5,22	6,91	10,0	15,5	25,1	60,8
$H_U$	0,37	0,4	0,45	0,55	0,61	0,7	0,8	0,9	0,95	0,99
$\varphi^\circ$	0	14,2	20,9	26,4	27,0	26,1	22,6	17,1	11,5	4,95

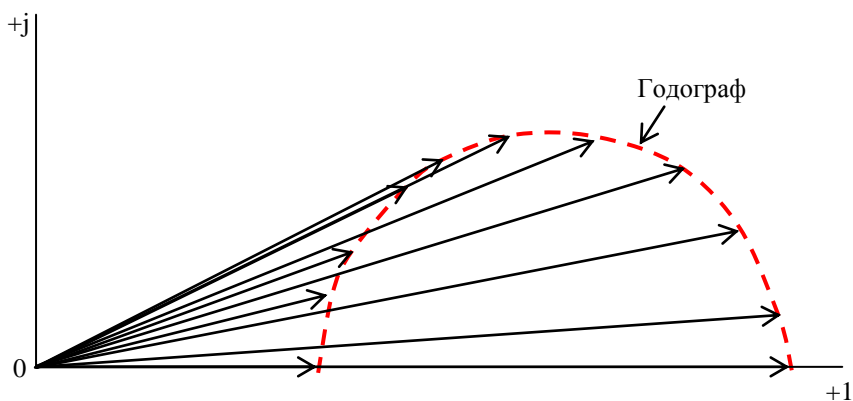


Рис. 49. Годограф четырёхполюсника

### Пример определения функции реакции четырёхполюсника

#### Пример расчёта переходной характеристики.

Рассчитаем переходную характеристику для нашей цепи. За исходную схему возьмём схему, показанную на рисунке 50.

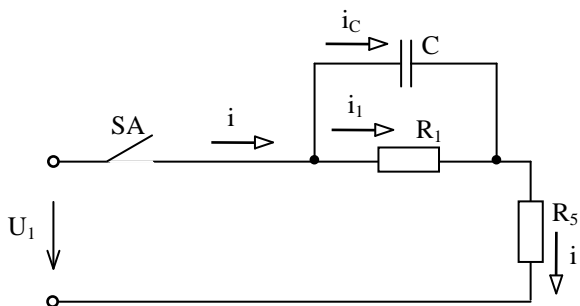


Рис. 50.

1. Проанализируем схему. Это схема 1-го порядка сложности с нулевыми начальными условиями.

2. Составим систему уравнений по законам Кирхгофа для мгновенных значений при произвольном значении действующего напряжения  $U$ . Затем, положив значение действующего напряжения  $U=1В$ , получим формулу переходной характеристики.

$$\begin{aligned}U &= u_C + R_5 i, \\ u_C &= R_5 i_1, \\ i - i_C - i_1 &= 0.\end{aligned}$$

3. Из 1-го и 2-го уравнений выразим токи и подставим их в третье уравнение, помня, что  $i_C = C \frac{du_C}{dt}$ .

$$\begin{aligned}i_1 &= \frac{u_C}{R_1}, \\ i &= \frac{U - u_C}{R_5}, \\ \frac{U - u_C}{R_5} - C \frac{du_C}{dt} - \frac{u_C}{R_1} &= 0.\end{aligned}$$

Преобразуем полученное уравнение к виду

$$R_1 R_5 C \frac{du_C}{dt} + R_1 u_C + R_5 u_C = R_1 U.$$

Решение полученного уравнения будем искать в виде

$$u_C(t) = u_{CПР} + u_{CСВ} = u_{CПР} + A e^{pt}.$$

В данном случае принуждённое значение напряжения  $u_{CПР}$  будет являться установившимся  $u_{CУСТ}$

$$u_{CПР} = u_{CУСТ},$$

откуда

$$u_C(t) = u_{C_{уст}} + u_{C_{св}}.$$

Поскольку входное воздействие постоянное, можно записать

$$u_C(t) = U_{C_{уст}} + Ae^{pt}.$$

Напряжение на ёмкости равно напряжению на сопротивлении  $R_1$ , так как они включены параллельно. По окончании переходного процесса, когда ток в ёмкости равен нулю, имеем:

$$U_{C_{уст}} = R_1 I_1 = R_1 I = R_1 \frac{U}{R_1 + R_5} = U \frac{R_1}{R_1 + R_5}.$$

Свободное значение  $u_{C_{св}} = Ae^{pt}$  найдём (надо найти  $p$  и постоянную интегрирования  $A$ ) как общее решение однородного дифференциального уравнения

$$R_1 R_5 C \frac{du_C}{dt} + R_1 u_C + R_5 u_C = 0.$$

Характеристическое уравнение полученного однородного дифференциального уравнения

$$R_1 R_5 p + R_1 + R_5 = 0.$$

Корень характеристического уравнения

$$p = -\frac{R_1 + R_5}{R_1 R_5 C} = -\frac{1}{\tau},$$

откуда

$$\tau = C \frac{R_1 R_5}{R_1 + R_5}.$$

Постоянную интегрирования  $A$  найдём из условия  $t = 0$ .

$$u_C(0) = U_{C_{уст}} + Ae^{p \cdot 0} = U_{C_{уст}} + A.$$

Так как начальные условия нулевые (ёмкость не заряжена), то  $u_C(0) = 0$ . Тогда

$$0 = U_{C_{уст}} + A = U \frac{R_1}{R_1 + R_5} + A,$$

откуда

$$A = -U \frac{R_1}{R_1 + R_5}.$$

Свободная составляющая

$$\begin{aligned} u_{C_{CB}} &= Ae^{pt} = -U \frac{R_1}{R_1 + R_5} e^{pt} = \\ &= -U \frac{R_1}{R_1 + R_5} e^{-C \frac{R_1 + R_5}{R_1 R_5} t} = -U \frac{R_1}{R_1 + R_5} e^{-\frac{t}{\tau}} \end{aligned}$$

Решением исходного неоднородного дифференциального уравнения является уравнение

$$\begin{aligned} u_C(t) &= u_{C_{PP}} + u_{C_{CB}} = U \frac{R_1}{R_1 + R_5} - U \frac{R_1}{R_1 + R_5} e^{pt} \\ &= U \frac{R_1}{R_1 + R_5} (1 - e^{pt}) = \\ &= U \frac{R_1}{R_1 + R_5} (1 - e^{-\frac{R_1 + R_5}{R_1 R_5 C} t}) = U \frac{R_1}{R_1 + R_5} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \end{aligned}$$

Окончательно

$$u_C(t) = U \frac{R_1}{R_1 + R_5} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}).$$



Переходной ток в ёмкости

$$\begin{aligned}
 i_C(t) &= C \frac{u_C(t)}{dt} = C \frac{d}{dt} \left( U \frac{R_1}{R_1 + R_5} - U \frac{R_1}{R_1 + R_5} e^{-\frac{t}{\tau}} \right) = \\
 &= \left( -U \frac{R_1 C}{R_1 + R_5} \right) \left( -\frac{R_1 + R_5}{R_1 R_5 C} e^{-\frac{t}{\tau}} \right) = \frac{U}{R_5} e^{-\frac{t}{\tau}}
 \end{aligned}$$

Окончательно

$$i_C(t) = \frac{U}{R_5} e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Для примера определим функции реакции остальных токов и напряжений.

Найдём формулу (функцию реакции) переходного тока в сопротивлении  $R_1$ . Поскольку напряжение на ёмкости и на сопротивлении  $R_1$  одно и то же (они включены параллельно). То ток в сопротивлении  $R_1$

$$i_{R_1}(t) = \frac{u_C(t)}{R_1} = \frac{U}{R_1 + R_5} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}).$$

Переходное напряжение (функция реакции) на сопротивлении  $R_5$ , согласно закону Кирхгофа для напряжений

$$u_{R_5}(t) = U - u_C(t) = U - U \frac{R_1}{R_1 + R_5} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}).$$

Переходной ток  $i$  (функция реакции) (тот же ток, что и в сопротивлении  $R_5$ )

$$i(t) = i_{R_5}(t) = \frac{u_{R_5}(t)}{R_5} = \frac{U - U \frac{R_1}{R_1 + R_5} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}{R_5} = \frac{U}{R_5} - U \frac{R_1}{(R_1 + R_5) R_5} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

Переходной ток (функция реакции) в сопротивлении  $R_2$  исходной схемы

$$i_{R_2}(t) = \frac{u_{R_5}(t)}{R_2} = \frac{U - U \frac{R_1}{R_1 + R_5} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}{R_2} =$$

$$= \frac{U}{R_2} - \frac{UR_1}{(R_1 + R_5)R_2} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

Переходной ток (функция реакции) в сопротивлении  $R_3$  исходной схемы

$$i_{R_3}(t) = \frac{u_{R_5}(t)}{R_3} = \frac{U - U \frac{R_1}{R_1 + R_5} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}{R_3} = \frac{U}{R_3} - \frac{UR_1}{(R_1 + R_5)R_3} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

Нами найдены переходные напряжения и токи всех ветвей исходной схемы. Теперь достаточно задать воздействию напряжению  $U$  значение 1В и получить формулы переходных характеристик напряжений и токов всех ветвей исходной схемы.

Переходная характеристика напряжения на ёмкости.

$$h_{u_c}(t) = \frac{R_1}{R_1 + R_5} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}).$$

Переходная характеристика напряжения на сопротивлении  $R_1$  точно такая же, как переходная характеристика напряжения на ёмкости, так как они включены параллельно.

Переходная характеристика тока в ёмкости.

$$h_{i_c}(t) = \frac{1}{R_5} e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Переходная характеристика тока в сопротивлении  $R_1$ .

$$h_{i_{R_1}}(t) = \frac{1}{R_1 + R_5} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}).$$

Переходная характеристика напряжения на сопротивлении  $R_5$ .

$$h_{u_{R_5}}(t) = 1 - \frac{R_1}{R_1 + R_5} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}).$$

Переходная характеристика тока  $i$

$$h_i(t) = h_{i_{R_5}}(t) = \frac{1}{R_5} - \frac{R_1}{(R_1 + R_5)R_5} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}).$$

Переходная характеристика тока в сопротивлении  $R_2$  исходной схемы

$$h_{i_{R_2}}(t) = \frac{1}{R_2} - \frac{R_1}{(R_1 + R_5)R_2} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}).$$

Переходная характеристика тока в сопротивлении  $R_3$  исходной схемы

$$h_{i_{R_3}}(t) = \frac{1}{R_3} - \frac{R_1}{(R_1 + R_5)R_3} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}).$$

Импульсная функция.

В качестве примера определим импульсную характеристику для напряжения на ёмкости. Только для неё одной. Остальные определяются аналогично.

Чтобы определить импульсную характеристику  $\delta_{u_C}(t)$  надо продифференцировать переходную характеристику

$$\begin{aligned} \delta_{u_c}(t) &= (h_{u_c}(t))' = \left( \frac{R_1}{R_1 + R_5} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \right)' = \\ &= \frac{R_1}{R_1 + R_5} \cdot \frac{R_1 + R_5}{R_1 R_5 C} e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{1}{R_5 C} e^{-\frac{t}{\tau}} \end{aligned}$$

$$\delta_{u_c}(t) = \frac{1}{R_5 C} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

### Графики переходной и импульсной характеристик.

Графики переходной и импульсной характеристик можно построить по рассчитанным «вручную» точкам, задаваясь значениями времени для выбранных точек, можно построить, используя программы МАТНСАD, WEWB, EXCEL или какие-либо другие. Для всех графиков по горизонтальной оси следует откладывать время  $t$  в секундах, от  $t = 0$  до  $t = 5\tau$ .

Постоянная времени  $\tau$  в секундах

$$\tau = C \frac{R_1 R_5}{R_1 + R_5} = 0,2 \cdot 10^{-6} \frac{250 \cdot 150}{250 + 150} = 0,00001875 \text{ с},$$

$$\tau = 1,875 \cdot 10^{-5} \text{ с}.$$

Графики строим в диапазоне времени от  $t = 0$  до  $t = 5\tau = 5 \cdot 1,875 \cdot 10^{-5} = 9,375 \cdot 10^{-5}$  с. Ниже даны таблицы рассчитанных значений  $h_{u_c}(t)$  и  $\delta_{u_c}(t)$  для выбранных значений времени (таблица 4 и таблица 5, соответственно). Графики переходной и импульсной характеристик показаны на рисунках 51 и 52, соответственно.

Таблица 4

$10^{-6}t, \text{ с}$	0	0,5	1	2	4	6	8	9,375
$h_{u_c}(t)$	0	0,146	0,258	0,410	0,551	0,599	0,616	0,621

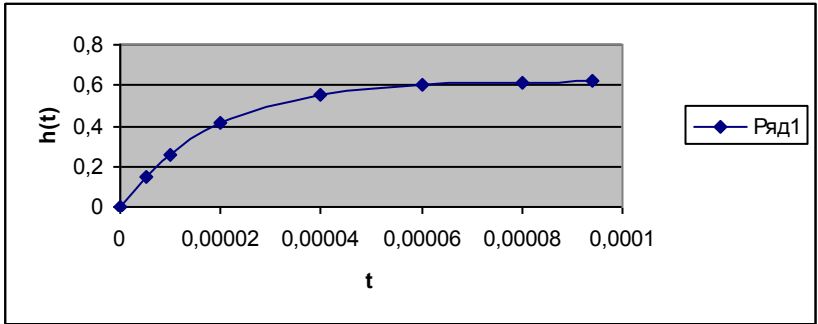


Рис. 51. График переходной характеристики  $h_{uc}(t)$

Таблица 5

$10^{-6}t, c$	0	0,5	1	2	4	6	8	9,375
$h_{uc}(t)$	33333	2553 1	1955 3	1147 3	3947	1360	467	233

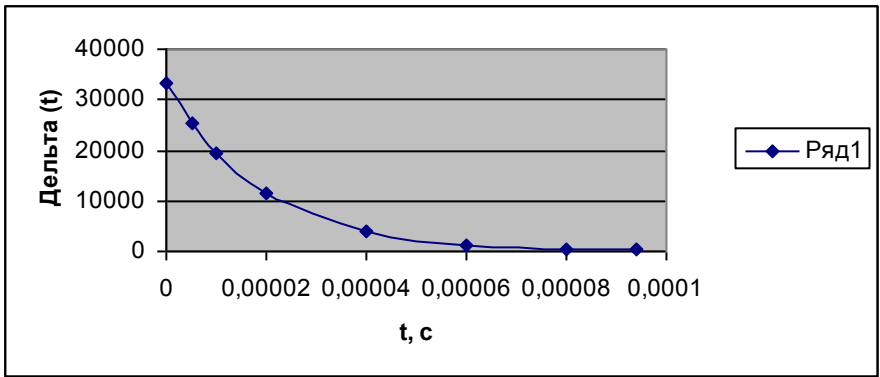


Рис. 52. График импульсной характеристики  $h_{uc}(t)$



## СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: Учебник/Л.А. Бессонов. – 10-е изд –М.: Гардарики, 1999.- 638 с.

Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник для высших учебных заведений. – М.: Радио и связь. 1994.

Добротворский И.Н. Лабораторный практикум по основам теории цепей: Учебное пособие для вузов по спец. «Радиотехника».- М.: Высшая школа, 1986.- 192 с.

Добротворский И.Н. Теория электрических цепей: Учебник для техникумов. – М.: Радио и связь, 1989. – 472 с.

Зевеке Г.В., Ионкин П.А., Нетушил А.В., Страхов С.В. Основы теории цепей: Учебник для вузов. 5-е издание. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 528 с.

Карлашук В.И. Электронная лаборатория на IBM PC. Программа Electronics Workbench и ее применение «Солон- Р» Москва 2000.

Матханов П.Н. Основы анализа электрических цепей. Линейные цепи: Учебник для вузов, 3-е издание, переработанное и дополненное. – М.: Высшая школа, 1990. – 400 с.

Останин Б.П. Основы теории цепей: Учебная программа. – Владивосток: Изд-во ВГУЭС, 2003.

Попов В.П. Основы теории цепей: Учебник для студ. вузов спец. «Радиотехника». – М.: Высшая школа, 2000. – 574 с.