Министерство образования и науки Российской Федерации

Владивостокский государственный университет
экономики и сервиса

Л.Р. РОДКИНА

ФИЗИКА

Практикум

Рекомендовано Дальневосточным региональным учебно-методическим центром (ДВ РУМЦ) в качестве учебного пособия для студентов специальностей 013100 «Экология», 351400 «Прикладная информатика», 060800 «Экономика и управление на предприятии», 351100 «Товароведение и экспертиза товаров и направлений 653300 «Эксплуатация транспорта и транспортного оборудования», 654200 «Радиотехника», 654600 «Информатика и вычислительная техника», 654700 «Информационные системы», 656100 «Технология и конструирование изделий легкой промышленности вузов региона

Владивосток
Издательство ВГУЭС
2006

ББК 22.3
Р 65

Рецензент: В.С. Печников, канд. физ.-мат. наук, доцент (ДВГУ)

Родкина Л.Р.
Р 65 ФИЗИКА: Практикум. – Владивосток: Изд-во ВГУЭС, 2006. – 112 с.

Настоящее издание представляет собой вторую часть практикума, предназначенного для студентов следующих специальностей: 013100-ЭК, 060800-ЭУ, 071900-ИТ, 201500-БР, 210305-РБ, 230100-СТ, 280800-ТШ, 280900-КШ, 351100-ТВ, 220200-ВМ, 010503-МИ всех форм обучения. Цель практикума – на большом количестве разобранных примеров научить студентов решать задачи по физике самостоятельно.

Практикум содержит два основных раздела – электричество и магнетизм, полностью соответствующих программе курса физики для вузов. Каждый раздел состоит из нескольких частей в соответствии с традиционным изложением курса в наиболее популярных учебниках по физике. Структура каждой части включает в себя краткие теоретические сведения, примеры решения задач и задания для самостоятельной работы студентов.

Рассчитан как для студентов, изучающих физику в течение двух семестров, в ходе которых учебными планами предусмотрено выполнение четырех контрольных работ, так и для тех, кто изучает физику в течение одного семестра и выполняет две контрольные работы.

ББК 22.3

I. ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

1.1. Электрическое поле в вакууме

Справочные сведения

Закон Кулона электростатического поля точечного заряда

$$\vec{F} = \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2} \cdot \vec{r}$$

Напряженность поля точечного заряда равна:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \frac{q}{r^3} \vec{r} \ ,$$

где q – заряд, создающий поле,

$\vec{r}$ – радиус-вектор, направленный от точечного заряда в рассматриваемую точку.

Напряженность поля системы точечных зарядов:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i$$

Напряженность поля равномерно заряженной бесконечной пластины с поверхностной плотностью заряда σ:

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} \vec{n}$$

где $\vec{n}$ – единичный вектор нормали к поверхности пластины.

Напряженность поля равномерно заряженного шара:

а) для точек внутри шара:

$$\vec{E} = \frac{1}{3} \frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0} r \frac{\vec{r}}{r} \ ,$$

где p – объемная плотность зарядов,

r – расстояние от центра шара до рассматриваемой точки

$\frac{\vec{r}}{r}$ – единичный вектор;

б) для точек вне шара;

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \frac{q}{r^3} \vec{r} \ ,$$

где q – полный заряд шара,

r – расстояние от центра шара до рассматриваемой точки.

Напряженность поля бесконечно длинного, равномерно заряженного цилиндра (для точек, находящихся вне цилиндра):

$$\vec{E} = \frac{1}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0} \cdot \frac{\tau}{r} \cdot \frac{\vec{r}}{r},$$

где τ – линейная плотность заряда.

У поверхности любого проводника с постоянной поверхностной плотностью заряда σ напряженность поля равна:

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0} \vec{n}_1$$

Вектор электрического смещения (вектор индукции) и напряженность поля для изотопной среды связаны соотношением:

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}.$$

Теорема Остроградского-Гаусса. Поток вектора электрического смещения сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, охватываемых этой поверхностью:

$$\Phi_e = \int_S D_n ds = \sum_{i=1}^{m} q_i.$$

Связь между напряженностью и потенциалом поля выражается формулами:

$$\vec{E} = -\frac{\vec{d}\varphi}{dr}; \vec{E} = -\overrightarrow{grad}\varphi.$$

Потенциал поля точечного заряда и заряженного шара (для точек, находящихся вне шара):

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}.$$

Энергия заряда q, помещенного в точку поля, потенциал которой φ:

$$W_n = q\varphi.$$

Работа переноса заряда в электрическом поле из точки 1 в точку 2:

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

где φ_1 и φ_2 – соответственно потенциалы точек 1 и 2 поля.

Разность потенциалов между обкладками конденсаторов:

для плоского конденсатора:

$$U = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} d.$$

где d – расстояние между обкладками конденсатора:

σ – поверхностная плотность зарядов;

для цилиндрического конденсатора:

$$U = \frac{\tau \ln \dfrac{R_2}{R_1}}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0}.$$

где τ – линейная плотность заряда на пластинах конденсатора,

R_2 и R_2 – радиусы внутренней и внешней обкладок;

для сферического конденсатора:

$$U = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right),$$

где q – заряд конденсатора,

R_1 и R_2 – радиусы внутренней и внешней обкладок.

Примеры решения задач

Задачи данного параграфа охватывают следующие темы: закон Кулона; вычисление напряженности поля (методом суперпозиции и с помощью теоремы Гаусса); действие электрического поля на заряженные тела; потенциал, работа сил электрического поля.

Состояние электростатического поля как физической системы определяется знанием вектора напряженности в любой точка поля. Следовательно, основная задача электростатики заключается в расчете электрического поля. Здесь полезно различать три случая:

1) поле создано системой точечных зарядов;

2) поле создано системой точечных и неточечных зарядов, расположенных на телах правильной геометрической формы.

3) поле создано произвольным распределением зарядов.

Если характеристики поля будут рассчитаны, то задача о движении частиц в известном поле можно решить или динамическим методом, или методом законов сохранения

Задача 1. Два одинаковых проводящих шарика подвешены на нитях одинаковой длины l = 1 м, закрепленных в одной точке. После сообщения шарикам заряда $q_0 = 4\cdot10^{-7}$ Кл нити разошлись на угол $\alpha_1 = 60^o$. Определите силу тяжести, действующую на каждый шарик. Какова плотность материала шариков, если при погружении шариков в керосин угол расхождения нитей стал α_2, = 54°?

Решение

Заряд q_0 был сообщен соприкасающимся шарикам одинакового объема, следовательно, заряд каждого шарика $q = \frac{q_0}{2}$.

На каждый шарик в воздухе действуют три силы: сила тяжести $m\vec{g}$, сила электрического отталкивания $\vec{F}'_K$ и сила натяжения нити $\vec{F}'_H$.

Условие равновесия системы:

$$m\vec{g} + \vec{F}'_K + \vec{F}'_H = 0.$$

Так как все силы, действующие на каждый из шариков, лежат в одной плоскости, выберем прямоугольную систему координат *XOY*, совместив ее начало с центром шарика (рис. 1.1.1).

Спроецировав силы на соответствующие оси и учтя знаки проекций, запишем условие равновесия для каждого шарика:

$$\sum F_x = 0;\ F'_K - F'_H \sin\frac{a_1}{2} = 0.$$

или $F'_K = F'_H \sin\frac{a_1}{2}$. (1.1.1)

$$\sum F_y = 0; \qquad F'_H \cos\frac{a_1}{2} - mg = 0,$$

или $mg = F'_H \cos\frac{a_1}{2}$

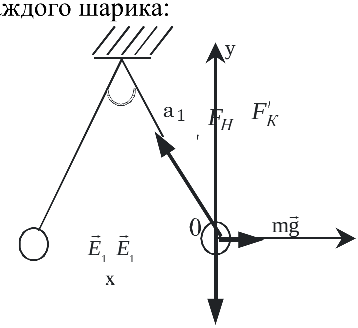


Рис. 1.1.1

Условия равновесия (1.1.1) дают:

$$F'_K = mg \cdot tg\,\frac{a_1}{2}.$$

Но по закону Кулона $F=\dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ поэтому, если учесть, что

$q = \dfrac{q_0}{2}$, а $r = 2l\sin\dfrac{a_1}{2}$, для силы тяжести получим:

$$mg = \frac{F'_K}{tg\,\frac{a_1}{2}} = \frac{q_0^2}{4\pi\varepsilon_0 \cdot 4 \cdot 4l^2 \sin\frac{a_1}{2} \cdot tg\,\frac{a_1}{2}}.\ (1.1.2)$$

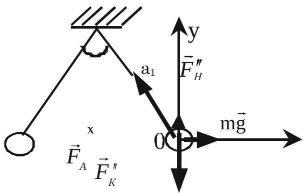


Рис. 1.1.2

При помещении шариков в жидкий диэлектрик сила кулоновского взаимодействия уменьшится в ε раз и появится выталкивающая сила

$$F_A = \frac{mg}{p} p_к.$$

где p – плотность материала шарика,

p_k – плотность керосина.

В этом случае равновесие каждого шарика (рис. 1.1.2) будет описываться следующими уравнениями:

$$\sum F_x = 0; \qquad F''_K - F''_H \sin\frac{a_2}{2} = 0, \qquad \text{или } F''_K = F''_H \sin\frac{a_2}{2}.$$

$$\sum F_y = 0;\ F''_H \cos\frac{a_2}{2} + F_A - mg = 0, \text{ или } mg - F_A = F''_H \cos\frac{a_2}{2}.$$

Отсюда

$F''_K = (F_A - mg) tg\dfrac{a_2}{2}$, и следовательно:

$$mg - F_A = \frac{q_0^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 \cdot 16L^2 \sin^2\frac{a_2}{2}\, tg\frac{a_2}{2}} \tag{1.1.3}$$

Разделив выражение (1.1.3) на (1.1.2), для $\dfrac{mg - F_A}{mg}$ найдем:

$$\frac{mg - F_A}{mg} = \frac{p - p_K}{p} = \frac{\sin\frac{a_1}{2}\, tg\frac{a_1}{2}}{\varepsilon \cdot \sin\frac{a_2}{2}\, tg\frac{a_2}{2}} \tag{1.1.4}$$

Решив уравнение (1.1.4) относительно p, получим:

$$p = p_k \frac{\sin^2\frac{a_2}{2}\, tg\frac{a_2}{2}\,\varepsilon}{\sin^2\frac{a_2}{2}\, tg\frac{a_2}{2}\,\varepsilon - \sin^2\frac{a_1}{2}\, tg\frac{a_1}{2}} \tag{1.1.5}$$

Вычисления в СИ дают:

$$mg = 6{,}22\cdot10^{-4}\text{ Н};\ p = 2{,}55\cdot10^3\text{ кг/м}^3.$$

Задача 2. Два точечных заряда q_1=-10^{-8} Кл и q_2=+1.5×10^{-8} *Кл* расположены на расстоянии r_{12}=10 *см* друг от друга. Найти силу, действующую на точечный заряд q_3=+3СГСЭ$_q$, помещенный на продолжении прямой r_{12} на расстоянии r_{23} =2 см от заряда q_2.

Решение

На основании закона Кулона запишем

$$F_{13} = \frac{|q_1|q_3}{4\pi\varepsilon_0 r_{13}^2}\,, \tag{1.1.6}$$

$$F_{23} = \frac{|q_2|q_3}{4\pi\varepsilon_0 r_{13}^2} \tag{1.1.7}$$

где r_{13} – расстояние между первым и третьим зарядами, равное

$$r_{13} = r_{12} + r_{23}. \tag{1.1.8}$$

Подставляя выражения (1.1.6) и (1.1.7) с учетом равенства (1.1.8) в формулу (1.1.7), получим

$$F_3 = \frac{q_3}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q_2}{r_{23}^2} - \frac{|q_1|}{(r_{12}+r_{23})^2}\right];\ F_3 = 3.3\cdot 10^{-4}\ \text{Н}.$$

Задача 3. Найти силу, действующую на точечный заряд q=5 СГСЭ$_q$, расположенный в центре полукольца радиуса r_0 = 5 *см*, со стороны этого полукольца, по которому равномерно распределен заряд

$$Q = 3\cdot 10^{-7}\ \text{Кл}.$$

Решение

Чтобы найти проекции результирующей силы F на оси, будем интегрировать соответствующие проекции элементарных сил по полукольцу:

$$F_x = \int\limits_{\substack{\text{ïî} \quad \text{ïîëó} \\ \text{êîëüöó}}} dF \sin a\,, \tag{1.1.9}$$

$$F_y = \int\limits_{\substack{\text{ïî} \quad \text{ïîëó} \\ \text{êîëüöó}}} dF \cos a \tag{1.1.10}$$

Так как $dF = \dfrac{q\,dQ}{4\pi\varepsilon_0 r_0^2}$ и $dQ = \dfrac{Q}{\pi r_0}\cdot dl$, и учитывая, что dl=$r_0\,da$,

находим

$$F_x = \frac{Qq}{4\pi^2\varepsilon_0 r_0^2}\int_0^{\pi}\sin a\cdot da = \frac{Qq}{4\pi^2\varepsilon_0 r_0^2}\,; \tag{1.1.11}$$

$$F_y = \frac{Qq}{4\pi^2\varepsilon_0 r_0^2}\int_0^{\pi}\cos a\cdot da = 0 \tag{1.1.12}$$

Следовательно, $F_x = F = \dfrac{Qq}{2\pi^2\varepsilon_0 r_0^2} = 1{,}14 \cdot 10^{-3}$ Н.

Задача 4. Две бесконечно длинные равномерно заряженные нити расположены параллельно друг к другу на расстоянии a=10 *см*. Найти геометрическое место точек, где результирующая напряженность поля равна нулю, если линейные плотности зарядов нитей имеют значения:

$$\tau_1 = +\ 12 \text{ СГСЭ q/см};$$

$$\tau_2 = +\ 6 \text{ СГСЭ q/см}.$$

Решение

Рассмотрим поле в точке C:

$$\vec{E}_c = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \qquad (1.1.13)$$

Векторы $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ направлены в разные стороны. Следовательно, равенство (1.1.13) можно заменить скалярным выражением

$$E_C = E_1 - E_2 \qquad (1.1.14)$$

Напряженности E_1 и E_2 соответственно равны:

$$E_1 = \frac{\tau_1}{2\pi\varepsilon_0 x} \left.\begin{aligned} E_1 &= \frac{\tau_1}{2\pi\varepsilon_0 x} \\ E_2 &= \frac{\tau_2}{2\pi\varepsilon_0 (a-x)} \end{aligned}\right\} \qquad (1.1.15)$$

Здесь x – расстояние от первой нити до точки C. Согласно условию задачи $E_C = 0$, поэтому

$$\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{\tau_1}{x} - \frac{\tau_2}{a-x}\right) = 0. \qquad (1.1.16)$$

Отсюда

$$\frac{\tau_1 (a-x) - \tau_2 x}{x(a-x)} = 0. \qquad (1.1.17)$$

Так как заведомо $x \neq a$ и $x \neq 0$, то выражение (1.1.17) дает результат:

$$\tau_1 a = x(\tau_1 + \tau_2),$$

откуда

$$x = \frac{\tau_1 a}{\tau_1 + \tau_2} \approx 0{,}07 \text{ м}.$$

Напряженность поля обращается в нуль в точках прямой, лежащей в одной плоскости с заряженными нитями параллельно им и расположенной на расстоянии x = 0,07 м от первой нити.

Задача 5. Определить работу сил поля, созданного двумя точечными зарядами, при перенесении заряда q = 3 СГСЭ$_q$ из точки C в точку D, если CD = 6 см; Q_1 = 10 СГСЭ$_q$; Q_2 = -6 СГСЭ$_q$.

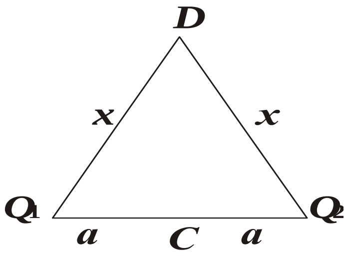


Рис. 1.1.3

Решение

Работа сил поля может быть легко рассчитана, если известна разница потенциалов между указанными точками.

В данной задаче при перенесении заряда q из точки C в точку D работа сил поля

$$A = q(\varphi_c - \varphi_D). \tag{1.1.18}$$

По условию источник поля – это два точечных заряда, поэтому следует найти потенциал каждой точки как алгебраическую сумму потенциалов полей каждого их точечных зарядов:

$$\left.\begin{aligned}\varphi_c &= \varphi_{c1} + \varphi_{c2},\\ \varphi_D &= \varphi_{D1} + \varphi_{D2}\end{aligned}\right\} \tag{1.1.19}$$

где φ_{c1} и φ_{c2} – потенциалы, созданные зарядами Q_1 и Q_2 в точке C; φ_{D1} и φ_{D2} – то же для точки D. Потенциал точки в поле точечного заряда по отношению к бесконечности равен

$$\varphi = \frac{Q}{r},$$

где Q – точечный заряд, создающий поле; r – расстояние от заряда Q до точки, в которой рассматривается поле.

Знак потенциала определяется знаком заряда Q.

Выражения (1.1.19) могут быть записаны в виде

$$\left.\begin{aligned} \varphi_c &= \frac{Q_1}{a} + \frac{Q_2}{a}, \\ \varphi_c &= \frac{Q_1}{x} + \frac{Q_2}{x}. \end{aligned}\right\} \tag{1.1.20}$$

Здесь $x = a\sqrt{2}$. (1.1.21)

Подставляя выражения (1.1.21) и (1.1.20) в формулу (1.1.18), получаем

$$A = q(Q_1 + Q_2)\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a\sqrt{2}}\right) = 0{,}57 \cdot 10^{-7}\ Дж.$$

Задача 6. Две плоскопараллельные пластины площадью по 200 *см*^{2} каждая расположены горизонтально. Верхняя пластина закреплена. Какую разность потенциалов U надо приложить к этим пластинам, чтобы нижняя удерживалась в равновесии на расстоянии l = 0,5 *см* от верхней, если ее масса m = 4 *г*? Какое это будет равновесие?

Считать, что пластины заряжаются равномерно, но разноименными зарядами; поле между пластинами однородно.

Решение

Заряды на обеих пластинах равны по модулю; следовательно, напряженность поля, созданного верхней пластиной,

$$E_1 = \frac{q}{S \cdot 2\varepsilon_0}. \tag{1.1.22}$$

Здесь S – площадь каждой пластины.

$$E_1 q = mg. \tag{1.1.23}$$

Определяя из выражения (1.1.22) величину q и подставляя ее в (1.1.23), получаем

$$mg = 2E_1^2 \varepsilon_0 S. \tag{1.1.24}$$

Учитывая однородность поля между пластинами, можно записать

$$U = El. \tag{1.1.25}$$

где l – расстояние между пластинами; E – напряженность поля между пластинами, т.е. поля, созданного обеими пластинами.

Так как пластины заряжены равными, но разноименными зарядами, то поля их складываются и тогда

$$E = 2\,E_1 \tag{1.1.26}$$

Подставляя выражения (1.1.25) и (1.1.26) в равенство (1.1.24), находим

$$mg = \frac{U^2\varepsilon_0 S}{2l^2}.$$

Отсюда искомая разность потенциалов

$$U = l\sqrt{\frac{2mg}{\varepsilon_0 S}};\ U = 3240\ B.$$

Задача 8. Два точечных заряда $q_1 = 2\cdot10^{-7}$ Кл и $q_2 = -4\cdot10^{-7}$ Кл находятся в керосине (ε=2). Каковы напряженность электростатического поля и электрическое смещение в точке А, находящейся на расстоянии $r_1 = 0{,}2$ м от одного и $r_2 = 0{,}15$ м от другого заряда.

Решение

Полная напряжённость электростатического поля в точке A равна:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

где $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ – напряжённости, создаваемые точечными зарядами q_1 и q_2 в точке A (рис. 1.1.4)

Модуль вектора $\vec{E}$ может быть определен из треугольника ABC:

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2\cos\varphi. \qquad (1.1.27)$$

Напряженность поля точечного заряда:

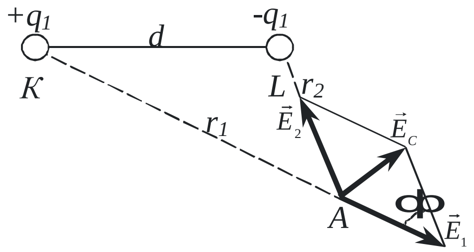


Рис. 1.1.4

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\cdot\frac{q_1}{r_1^2},$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\cdot\frac{q_2}{r_2^2}.$$

Из треугольника AKL имеем:

$$\cos\varphi = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1r_2}.$$

Подставив выражения для E_1, E_2, и $\cos\varphi$ в уравнение (1.1.27), получим:

$$E_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\cdot\sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4} + \frac{q_2^2}{r_2^4} - \frac{q_1q_2(r_1^2 + r_2^2 - d^2)}{r_1^3 r_2^3}}.$$

Вектор электрического смещения в точке А:

$$\vec{D}_A = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}_A .$$

Подстановка числовых данных приводит к результату:

$E = 6{,}2\cdot 10^4$ В/м; $D = 1{,}09\cdot 10^{-6}$ Кл/м$^{2.}$

Задача 9. Заряд $q = 15\cdot 10^{-9}$ Кл равномерно распределен по тонкому кольцу радиусом $R = 0{,}2$ м. Найдите напряженность электрического поля в точке, находящейся на оси кольца на расстоянии $h = 0{,}15$ м от его центра.

Решение

Разделим кольцо на одинаковые бесконечно малые участки dl. Заряд каждого участка dq можно считать точечным. Напряженность электрического поля dE, создаваемого в точке A на оси кольца зарядом dq (рис. 1.1.5), равна:

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \cdot \frac{dq}{r^2} \qquad (1.1.28)$$

где $r^2 = R^2 + h^2$. (1.1.29)

Полная напряженность поля $\vec{E}$ в точке A, создаваемая зарядом q, согласно принципу суперпозиции равна векторной; сумме напряжённостей $d\vec{E}_i$ полей, создаваемых всеми точечными зарядами:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{m} d\vec{E}_i$$

Вектор $d\vec{E}$ разложим на составляющие: вектор $d\vec{E}_1$ (направлен вдоль оси кольца) и вектор $d\vec{E}_2$ (параллелен плоскости кольца). Тогда

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{m} d\vec{E}_{i_1} + \sum_{i=1}^{m} d\vec{E}_{i_2} .$$

Для каждой пары зарядов dq и dq', расположенных симметрично относительно центра кольца, $d\vec{E}_2$ и $d\vec{E}_2$ в сумме дадут нуль, и значит

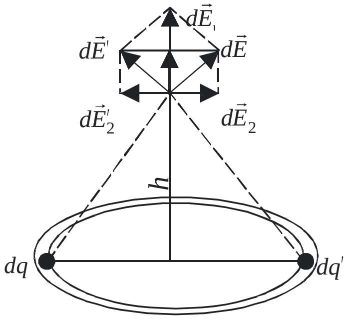
$$\sum_{i=1}^{m} d\vec{E}_2 = 0$$

Составляющие $d\vec{E}_1$ для всех элементов направлены одинаково вдоль оси кольца, поэтому полная напряженность в точке, лежащей на оси кольца, также направлена вдоль оси.

Модуль полной напряженности найдем интегрированием:

$$E=\int_L dE_1 = \int_L dE\cos\alpha\,, \qquad (1.1.30)$$

где a – угол между вектором $d\vec{E}$ и осью кольца;



$$\cos a=\frac{h}{r}=\sqrt{\frac{h^2}{R^2+h^2}}\,. \qquad (1.1.31)$$

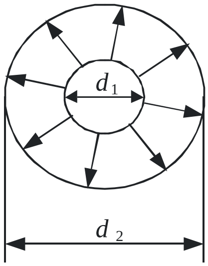
Используя выражения (1.1.28), (1.1.29), (1.1.31), для E получаем:

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^q\frac{dq}{r_2}\cos\alpha=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{h}{(R^2+h^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Подстановка числовых данных дает:

$$E = 1{,}3\cdot10^3\ \text{В/м}.$$

Задача 10. Коаксиальный кабель имеет внутренний провод диаметром d_1 = 2 мм и свинцовую оболочку диаметром d_2 = 8 мм. Относительная диэлектрическая проницаемость изоляции ε = 4. Заряды внутреннего и наружного провода противоположны по знаку. Линейная плотность заряда τ = $3{,}14\cdot10^{-10}$ Кл/м. Определите напряженность электрического поля в точке, находящейся от оси кабеля: а) на расстоянии r_1 = 3 мм, б) на расстоянии r_2 = 8 мм.



Решение

Из условия симметрии следует, что линии напряженности лежат в плоскостях, перпендикулярных кабелю, и направлены радиально (рис. 1.1.6). Следовательно, напряженность поля может быть определена с помощью теоремы Остроградского-Гаусса.

а) Электрическое поле между внутренним и внешним проводом создается лишь зарядом внутреннего цилиндрического проводника. Напряженность этого поля в любой точке вежду проводниками равна:

$$E_1 = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon}\cdot\frac{\tau_1}{r_1}\,.$$

Подставив числовые значения, получим:

$$E_1 = 1880\ \textit{В/м}.$$

б) Электрическое поле в любой точке вне кабеля создается зарядами как внутреннего, так и внешнего провода. Поэтому

$$E_2 = 0$$

Задача 11. Математическому маятнику с массой m = 10^{-3} кг и периодом T_1 = 1 с сообщили заряд q = -10^{-8} Кл. Маятник поместили в однородное электрическое поле, созданное плоским конденсатором, пластины которого расположены горизонтально. Период колебаний при этом уменьшился до T_2 = 0,8 с. Найдите силу, действующую на маятник со стороны электрического поля; направление электрического поля, разность потенциалов, соответствующую рассматриваемому случаю; плотность зарядов на пластинах. Известно, что расстояние между пластинами большой площади на Δd = 1 см больше длины нити маятника.

Решение

Период колебаний маятника в отсутствии электрического поля

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_1}}\ ,$$

где g_1 – ускорение, сообщаемое маятнику силой тяжести. Отсюда

$$g_1 = \frac{4\pi^2 l}{T_1^2} \tag{1.1.32}$$

При помещении маятника в электрическое поле его период изменяется, и ускорение g_2 будет определяться так:

$$g_2 = \frac{4\pi^2 l}{T_2^2} \tag{1.1.33}$$

Изменение ускорения $\Delta g = g_2 - g_1$ произошло под действием электрического поля; следовательно, сила, действующая на маятник со стороны однородного электрического поля, равна:

$$F = m\Delta g \tag{1.1.34}$$

На основании соотношений (1.1.33) и (1.1.34) получаем:

$$g_2 = \frac{T_1^2}{T_2^2} g_1; \quad \Delta g = g_1\left(\frac{T_1^2}{T_2^2} - 1\right) \tag{1.1.35}$$

и

$$F = mg_1\left(\frac{T_1^2}{T_2^2} - 1\right).$$

В результате действия электрического поля ускорение стало больше ускорения свободного падения; следовательно, эта сила направлена так же, как сила тяжести mg. Это возможно в том случае, когда отрицательный заряд $-q$ помещен в поле, напряженность которого направлена вертикально вверх.

Разность потенциалов U между пластинами плоского конденсатора равна:

$$U = Ed \tag{1.1.36}$$

Из определения напряженности

$$E = \frac{F}{q}, \tag{1.1.37}$$

Длина маятника из уравнения (1.1.32) равна:

$$l_1 = \frac{T_1^2 g_1}{4\pi^2}.$$

Расстояние между пластинами

$$d = l_1 + \Delta d \tag{1.1.38}$$

Подставляя (1.1.37) и (1.1.38) в уравнение (1.1.36), получим:

$$U = \frac{F}{q}(l_1 + \Delta d). \tag{1.1.39}$$

Напряженность поля плоского конденсатора

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}.$$

Отсюда

$$\sigma = E\varepsilon\varepsilon_0 = \frac{F}{q}\varepsilon\varepsilon_0. \tag{1.1.40}$$

Подстановка числовых данных в уравнения (1.1.35), (1.1.39), (1.1.40) дает следующие результаты:

$$F = 0{,}05 \text{ Н}; \ U = 1{,}3 \cdot 10^6 \text{ В};$$

$$\sigma = 4{,}9 \cdot 10^{-5} \frac{Кл}{м^2}.$$

Индивидуальные задания

1.1.1. Два заряженных шарика, подвешенных на нитях одинаковой длины, опускаются в керосин плотностью ρ = 0,8 г/см^3. Какой должна быть плотность материала шариков, чтобы угол расхождения нитей в воздухе и в керосине был один и тот же? Ответ: $\rho = \frac{\varepsilon \rho_k}{\varepsilon - 1}$ ρ = 1,6 г/см^3.

1.1.2. В вершинах равностороннего треугольника находятся одинаковые положительные заряды q = 2нКл. Какой отрицательный заряд Q необходимо поместить в центре треугольника, чтобы сила притяжения с его стороны уравновесила силы отталкивания положительных зарядов? Ответ: $Q = \frac{\pi g d^3 (\rho - \rho_1)}{6E}$; Q =16,1 нКл.

1.1.3. В вершинах квадрата со стороной a расположены четыре заряда. Определить напряженность электрического поля на перпендикуляре, восставленном из центра квадрата, как функцию расстояния x до плоскости квадрата.

Ответ: $E = \frac{a \cdot q}{2\pi\varepsilon_0 \left(\frac{x^2 + a^2}{2} \right)^{\frac{3}{2}}}$.

1.1.4. Два шарика одинаковых радиуса и массы подвешены на нитях одинаковой длины так, что их поверхности соприкасаются. После сообщения шарикам заряда q_0 = 0,4 мкКл они оттолкнулись друг от друга и разошлись на угол $2a$ = 60º. Найти массу каждого шарика, если расстояние от центра шарика до точки подвеса l = 20 см.

Ответ: $m = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon \cdot 4l^2 g \cdot \sin^2 \alpha tg \alpha}$; m = 15,6 г.

1.1.5. Четыре положительных заряда связаны друг с другом пятью нитями. Длина каждой нити l. Определить силу натяжения нити, связывающей заряды Q между собой.

Ответ: $T = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 l^2} \left(Q^2 - \frac{q^2}{3\sqrt{3}} \right)$.

1.1.6. Дана заряженная бесконечная плоскость и одноименно заряженный шарик, подвешенный на нити, с массой m = 1г и зарядом q = 1нКл. Какой угол a с плоскостью образует нить, на которой висит шарик? Ответ: α=13˚.

1.1.7. Расстояние l между зарядами q = ±2нКл равно 20 см. Определить напряженность электрического поля, созданного этими зарядами в точке, находящейся на расстоянии r_1 = 15см от положительного и r_2 = 10 см от отрицательного.

Ответ: E=2,14 кВ/м.

1.1.8 В вершинах квадрата со стороной 5 см находятся одинаковые положительные заряды q = 2нКл. Определить напряженность электрического поля, созданного всеми зарядами в середине одной из сторон квадрата.

Ответ: $E_1 = 0$; $E_2 = \dfrac{4Q}{5\sqrt{5}\pi\varepsilon_0 a^2}$; E_2 = 10, 3 кВ/м.

1.1.9.Кольцо радиусом r = 5 см из тонкой проволоки равномерно заряжено с линейной плотностью τ = 14 нКл/м, определить напряженность электрического поля на оси, проходящей через центр кольца, в точке, удаленной на расстояние a = 10 см от центра кольца.

Ответ: $E = \dfrac{2\pi r a \tau}{4\pi\varepsilon_0 \left(a^2 + r^2\right)^{\frac{3}{2}}}$; E = 2,83 кВ/м.

1.1.10. Плотность равномерно заряжена, поверхностная плотность σ = 0,88 Кл/м2. Найдите напряженность поля в центре полусферы.

Ответ: $E = \dfrac{\sigma}{4\varepsilon_0}$; E = 2,5 кВ/м.

1.1.11. Две длинные одноименно заряженные нити расположены на расстоянии r = 10см друг от друга. Линейная плотность заряда на нитях $\tau_1 = \tau_2$ = 10мкКл/м. Найти модуль и направление напряженности результирующего электрического поля в точке, удаленной на a = 10 см от каждой нити. Ответ: E = 3,12 мВ/м.

1.1.12. С большого расстояния к металлической плоскости движется тело массы m, имеющее заряд q. Определите скорость тела в тот момент, когда оно будет находится на расстоянии d от плоскости. Начальная скорость тела равна нулю, его размеры много меньше d. Ответ: $\upsilon = \dfrac{q}{\sqrt{8\pi\varepsilon_0 m d}}$.

1.1.13. Напряженность электрического поля на оси заряженного кольца имеет максимальное значение на расстоянии L от центра кольца. Во сколько раз напряженность электрического поля в точке, расположенной на расстоянии 0,5L от центра кольца, будет меньше максимального значения напряженности?

Ответ: в 1,3 раза.

1.1.14. С какой силой действует электрический заряд q на равномерно заряженную бесконечную плоскость. Чему равна напряженность электрического поля плоскости. Поверхностная плотность заряда плоскости σ

Ответ: $F = \dfrac{q\sigma}{2\varepsilon_0}$; $E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$.

1.1.15. Около заряженной бесконечно протяженной плоскости находится точечный заряд q=0,66 нКл. Заряд перемещается по линии напряженности поля на расстоянии ΔR = 2 см; при этом совершается работа A=50 эрг. Найти поверхностную плотность заряда σ на плоскости. Ответ: $\sigma = \dfrac{2A\varepsilon_0\varepsilon}{q\Delta R} = 6{,}6\,ìêÊë\ /\ ì$.

1.1.16. Электростатическое поле создается положительно заряженной бесконечной нитью с постоянной линейной плотностью τ = 1 нКл/см. Какую скорость приобретет электрон, приблизившись под действием поля к нити вдоль линии напряженности с расстояния r_1 = 1,5 см до r_2 = 1 см? Начальная скорость электрона равна нулю.

Ответ: $\upsilon = \sqrt{\dfrac{e\tau}{\pi\varepsilon_0 m}\ln\dfrac{r_1}{r_2}}$; υ=16 мм/с.

1.1.17. На продолжении оси равномерно заряженного стержня длинной l = 20 см находится точечный заряд q_1=40 НКл. Определите линейную плотность заряда τ на стержне, если заряд и стержень взаимодействуют с силой F= 6 мкН.

Ответ: $\tau = \dfrac{4\pi\varepsilon_0 a(a+1)F}{q_1 l}$; τ = 2,5 нКл/м.

1.1.18. По тонкому полукольцу радиуса = 10 см равномерно распределен заряд с линейной плотностью τ = 1 мкКл/м. Определить напряженность электрического поля, создаваемого распределенным зарядом в точке O, совпадающей с центром кольца.

Ответ: $E = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\cdot\dfrac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 R}$.

1.1.19. Бесконечный тонкий стержень, ограниченный с одной стороны, несет равномерно распределенный заряд с линейной плотностью τ = 0,5 мкКл/м. Определить напряженность электрического поля, создаваемого распределенным зарядом в точке A, лежащей на оси стержня на расстоянии a = 20 см от его начала.

Ответ: $E = \dfrac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 a}$; E=36 В/м.

1.1.20. Электростатическое поле создается положительно заряженной поверхностной плотностью σ = 10 нКл/м бесконечной плоскостью. Какую работу надо совершить для того, чтобы перенести электрон вдоль линии напряженности с расстояния 2 см до =1 см?

Ответ: $A = \dfrac{e\sigma(r_1 - r_2)}{2\varepsilon_0}$; A = $9\cdot10^{-19}$ Дж.

1.1.21. Одинаковые заряды q = 100 нКл расположены в вершинах квадрата со стороной a = 10 см. Определить потенциальную энергию этой системы зарядов.

Ответ: $U=\dfrac{Q\left(4+\sqrt{2}\right)}{4\pi\varepsilon_0 a}$; U = 4,87 м Дж.

1.1.22. Кольцо радиусом r = 5см из тонкой проволоки несет равномерно распределенный заряд q = 10 нКл. Определить потенциал электростатического поля: 1) в центре кольца; 2) на оси, проходящей через центр кольца, в точке, удаленной на расстояние a = 10 см от центра кольца. Ответ: $\varphi_0=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$; $\varphi_A=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{r_1+a_2}}$; φ_0 = 1,8 кВ; φ_A =0,8 В.

1.1.23. На кольце с внутренним радиусом 80 см и внешним – 1 м равномерно распределен заряд 10 нКл. Определить потенциал поля в центре кольца. Ответ: φ = 80 В.

1.1.24. Определить линейную плотность заряда бесконечно длинной заряженной нити, если работа сил поля по перемещению заряда q = 1нКл с расстояния r_1 = 5см до r_2 = 2см в направлении, перпендикулярном нити, равна 50 мкДж.

Ответ: $\tau=\dfrac{2\pi\varepsilon_0 A}{Q\ln\dfrac{r_1}{r_2}}$; τ = 3,03 мкКл/м.

1.1.25. Электростатическое поле создается бесконечной плоскостью, равномерно заряженнй с поверхностью σ = 1нКл/м^2. Определить разность потенциалов между двумя точками этого поля, лежащими на расстоянии x_1=20 см и x_2= 50 см от плоскости.

Ответ: $\varphi_1-\varphi_2=\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(x_1-x_2\right)$; φ_1-φ_2 = 16,9 В.

1.1.26. Электростатическое поле создается сферой радиусом R = 5см равномерно заряженной с поверхностной плотностью σ = 1нКл/м^2. Определить разность потенциалов между двумя точками поля, лежащими на расстояниях r_1 = 10см и r_2 = 15см от центра сферы.

Ответ: $\varphi_1-\varphi_2=\dfrac{\sigma R^2\left(\dfrac{1}{r_1}-\dfrac{1}{r_2}\right)}{\varepsilon_0}$; φ_1-φ_2 = 0,94 В.

1.1.27. Электростатическое поле создается равномерно заряженным по объему шаром радиусом R = 1 м с общим зарядом q = 50 нКл. Определить разность потенциалов для точек, лежащих от центра шара на расстояниях r_1 = 0,3 м и r_2 = 0,8 м.

Ответ: $\Delta\varphi$ =75 В; $\Delta\varphi$ =127 В.

1.1.28. Электростатическое поле создается бесконечным цилиндром радиусом 8 мм, равномерно заряженным с линейной плотностью заряда τ = 10 нКл/м. Определить разность потенциалов между двумя точками этого поля, лежащими на расстоянии r_1 = 2 мм и r_2 = 7 мм от поверхности этого цилиндра.

Ответ: $\varphi_1 - \varphi_2 = \dfrac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \ln \dfrac{R + r_2}{R + r_1}$; φ_1-φ_2 =73 В.

1.1.29. Электростатическое поле создается равномерно заряженной сферической поверхностью радиусом R = 10 см с общим зарядом q = 15 нКл. Определите разность потенциалов между двумя точками этого поля, лежащими на расстояниях r_1 = 5 см и r_2 = 15 см от поверхности сферы. Ответ: $\Delta\varphi$ = 360 В.

1.1.30. Электростатическое поле создается шаром радиусом R = 8 см, равномерно заряженным с объмной плотнлстью ρ = 10 нКл/м. Определите разность потенциалов между двумя точками поля, лежащими на расстоянии r_1=10 см и r_2=15 см от центра шара.

Ответ: $\Delta\varphi$ = 0,64 В.

1.2. Проводники и диэлектрики в электрическом поле

Справочные сведения

Электрическое поле в диэлектрике создается не только свободными, но и связанными зарядами. В соответствии с этим теорема Гаусса для вектора напряженности E примет вид (в СИ):

$$\oint \vec{E} d\vec{S} = \left(\sum Q + \sum Q' \right), \qquad (2.1.1)$$

где $\sum Q$ – сумма свободных зарядов; где $\sum Q'$ – сумма связанных зарядов, охваченных поверхностью интегрирования.

Учитывая, что

$$\sum Q' = -\oint \vec{P} d\vec{S},$$

где $\vec{P}$ – вектор поляризации, выражение (2.2.1) можно привести к виду

$$\oint_S \left(\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \right) d\vec{S} = \sum Q. \qquad (2.1.2)$$

Введя обозначение $\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \vec{D}$, получим так называемую обобщенную теорему Гаусса:

$$\oint \vec{D}\, d\vec{S} = \sum Q. \qquad (2.1.3)$$

Здесь $\vec{D}$ – вектор электрического смещения, он является дополнительной характеристикой электрического поля в диэлектрике. Вектор поляризации $\vec{P}$ прямо пропорционален вектору напряженности $\vec{E}$ действующего в диэлектрике поля:

$$\vec{P} = a\varepsilon_0 \vec{E}\,, \tag{2.1.4}$$

где a – электрическая восприимчивость. Это безразмерный коэффициент, постоянный для каждого вещества.

Выражение для вектора электрического смещения можно привести к виду

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}\,(1+a) = \varepsilon_0\varepsilon \vec{E}\,.$$

Здесь $\varepsilon = 1+a$ обозначает относительную диэлектрическую проницаемость среды.

Если в электрическое поле плоского конденсатора, созданное зарядами, плотность которых на пластинах конденсатора σ, поместить плоскую пластину из диэлектрика с относительной диэлектрической проницаемостью ε, то плотность связанных зарядов на поверхностях пластины диэлектрика будет определяться выражением:

$$\sigma' = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}\sigma\,.$$

Емкости плоского, цилиндрического и сферического конденсаторов определяются по формулам:

$$C_{пл} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}\,,$$

$$C_{ц} = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 l}{\ln\dfrac{R_2}{R_1}}\,,$$

$$C_{сф} = \frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1}\,,$$

где S – площадь пластин,

d – расстояние между пластинами,

l – длина цилиндрического конденсатора,

R_1 и R_2 – радиусы цилиндров (радиусы сферических обкладок конденсаторов).

Емкость уединенного шара

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R.$$

Емкость батареи конденсаторов при параллельном соединении:

$$C = \Sigma C_i;$$

при последовательном соединении:

$$C = \frac{1}{\sum \frac{1}{C_i}}.$$

Энергия заряженного конденсатора

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2}.$$

Плотность энергии электрического поля

$$\omega = \frac{DE}{2}.$$

Примеры решения задач

При рассмотрении электростатического поля в диэлектриках используют теорему Гаусса и принцип суперпозиции полей свободных и связанных зарядов.

При решении задач этого параграфа необходимо считать диэлектрики однородными и изотропными, и что их границы совпадают с эквипотенциальными поверхностями.

Изменения электрического поля, обусловленные введением проводников, определяется только величиной и распределением индуцированных зарядов. Причем всегда выполняются условия:

1) внутри проводника $E_i = 0$;
2) на поверхности проводника $\varphi = const.$

Причиной ослабления поля в диэлектрике является связанные заряды, появляющиеся на поверхности диэлектрика вследствие явления поляризации и создающие собственное поле, направленное навстречу внешнему полю. Если граница диэлектрика перпендикулярна силовым линиям поля, то вектор напряженности терпит разрыв.

Если электрическое поле создается конденсаторами различной формы: плоскими, цилиндрическими, сферическим и т. д. или системой последовательно и параллельно соединенных конденсаторов, то удобно использовать понятие емкости.

В задачах, где приходится определять изменение энергии поля вследствие удаления диэлектрика или раздвижения обкладок конденсатора, следует учесть разницу между случаями, когда конденсатор отключен от источников питания до проведения указанных действий, и когда он остается соединенным с источником питания все время.

Задачи о движении заряженных частиц в известном поле можно решить или динамическим методом, или с применением законов сохранения.

Задача 1. Точечный заряд q = 3·10^{-8} *Кл* находится на расстоянии a =3 *см* от металлической стенки, соединенной с землей. Найти: поверхностную плотность σ заряда, индуцированного на стенке, в точке, ближайшей к заряду q; выполнить то же в точке, находящейся на расстоянии r= 5 см от заряда q; определить общую величину заряда, индуцированного на стенке.

Решение

В точке, расположенной непосредственно у поверхности стенки на расстоянии r от заряда q, согласно принципу суперпозиции, поле будет определяться по формуле

$$\vec{E}(r) = \vec{E}_+(r) + \vec{E}_-(r), \qquad (2.1.5)$$

Здесь $\vec{E}_+$ и $\vec{E}_-$ – векторы напряженностей полей, созданных соответственно положительным и отрицательным зарядами.

Вектор напряженности результирующего поля будет направлен горизонтально и иметь значение

$$E(r) = (E_+ + E_-)\cos a = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos a. \qquad (2.1.6)$$

Легко видеть, что $\cos a = \dfrac{a}{r}$; окончательно будем иметь

$$E(r) = \frac{qa}{2\pi\varepsilon_0 r^3} \qquad (2.1.7)$$

Такое значение имеет поле непосредственно у поверхности стенки. Стенка заряжена с поверхностной плотностью σ, являющейся функцией координат. На поверхности стенки вектор $\vec{E}$ меняется скачком от $E(r)$, определяемого формулой (2.1.7), до нуля, так как в толще самой стенки и слева от нее электрического поля нет.

Величина скачка ΔE, претерпеваемого вектором напряженности, равна

$$\left|\Delta E\right| = \left|\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\right|. \qquad (2.1.8)$$

Так как поле в самом металле отсутствует, то выражения (2.1.7) и (2.1.8) можно приравнять, и тогда

$$\frac{qa}{2\pi\varepsilon_0 r^3} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}. \qquad (2.1.9)$$

откуда

$$\sigma = \frac{qa}{2\pi r^3}. \qquad (2.1.10)$$

Формула (2.1.10) дает абсолютное значение поверхностной плотности заряда.

Подставляя численные значения в (2.1.10) и учитывая знак индуцированного заряда, окончательно будем иметь

$$\sigma_1 = -\frac{q}{2\pi a^2} = -5{,}3 \cdot 10^{-6}\ Кл/м^2;$$

$$\sigma_2 = -\frac{q}{2\pi r^3} = -1{,}1 \cdot 10^{-6}\ Кл/м^2.$$

Для расчета полного заряда Q стенки найдем геометрическое место равных плотностей: оно будет представляться бесконечно тонким кольцом радиуса ρ и толщины dρ с центром, находящимся в точке, лежащей на расстоянии a от заряда q. Заряд, приходящийся на такое кольцо,

$$dQ = \sigma\, dS, \qquad (2.1.11)$$

где $dS = 2\pi\rho d\rho$ – площадь рассматриваемого кольца.

Подставив равенство (2.1.10) в формулу (2.1.11) и проинтегрируем полученное выражение по всей стенке; при этом радиус колец будет меняться в пределах от 0 до ∞; найдем, что полный заряд

$$|Q| = qa\int_0^\infty \frac{\rho d\rho}{r^3}. \qquad (2.1.12)$$

Расстояние от точечного заряда до кольца равно

$$r = \sqrt{\rho^2 + a^2}.$$

Подставляя это значение в выражение (2.1.12) и учитывая, что индуцированный заряд отрицателен, получаем окончательный ответ

$$Q = -qa\int_0^\infty \frac{\rho d\rho}{(\rho^2 + a^2)^{3/2}} = -q.$$

Задача 2. В плоском конденсаторе, заряженном до разности потенциалов U=600 *В*, расстояние между обкладками (l = 0,4 *см*) заполнено наполовину слюдой, относительная диэлектрическая проницаемость которой $\varepsilon = 7$. Найти напряженность поля в диэлектрике и в вакууме для случая: граница диэлектрика параллельна заряженным пластинам.

Решение

Граница диэлектрик – вакуум расположена перпендикулярно силовым линиям поля, поэтому вектор смещения при переходе через эту границу не меняется. Поскольку источниками поля являются две плоскопараллельные равномерно заряженные пластины, можно считать, что вектор смещения вообще не будет зависеть от положения рассматриваемой точки, т.е.

$$\vec{D}_1 = \vec{D}_2 \qquad (2.1.13)$$

Здесь $\vec{D}_1$ и $\vec{D}_2$ – векторы смещения в точках *1* и *2*.

Однородность поля в пределах слоя диэлектрика и слоя вакуума позволяет записать, что

$$U = E_1 x_1 + E_2 x_2 \qquad (2.1.14)$$

где E_1 и E_2 – напряженности электрического поля в слоях 1 и 2; x_1 и x_2 – толщины слоев диэлектрика и вакуума.

Учитывая связь между значениями векторов напряженности и смещения, равенство (2.1.13) можно преобразовать к виду

$$\varepsilon E_1 = E_2. \qquad (2.1.15)$$

Решая совместно уравнения (2.1.14) и (2.1.15) при условии, что $x_1 = x_2 = \frac{l}{2}$, получаем

$$E_1 = \frac{2U}{l(1+\varepsilon)} = 3{,}75 \cdot 10^4\ В/м,$$

$$E_2 = \frac{2U\varepsilon}{l(1+\varepsilon)} = 26{,}25 \cdot 10^4\ В/м.$$

Задача 3. Металлическому изолированному шару радиусом $R = 10$ см сообщили заряд $Q = 5 \cdot 10^{-6}$ Кл, после этого поверхность шара покрыли слоем диэлектрика толщиной $h = 2$ см. Чему равна плотность наведенных зарядов на внутренней и внешней поверхностях слоя диэлектрика и полный наведенный заряд, если относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрика $\varepsilon = 2$?

Решение

По теореме Остроградского-Гаусса вектор электрического смещения в любой точке диэлектрика:

$$\vec{D} = \frac{Q}{4\pi}\frac{\vec{r}}{r^3}, \qquad (2.1.16)$$

где r – радиус гауссовой поверхности, или

$$D = \frac{Q}{4\pi r^2}$$

(это справедливо и для внутренней поверхности диэлектрического слоя).

С другой стороны, вектор электрического смещения и вектор поляризации $\vec{P}_e$ связаны соотношением:

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}_e ,$$

откуда

$$\vec{P}_e = \frac{(\varepsilon - 1)}{\varepsilon} \frac{Q}{4\pi r^2} \frac{\vec{r}}{r} .$$

С учетом равенства (2.1.16) получаем:

$$\vec{P}_e = \frac{(\varepsilon - 1)}{\varepsilon} \frac{Q}{4\pi r^2} \frac{\vec{r}}{r} .$$

Но нормальная составляющая вектора поляризации численно равна плотности наведенных зарядов:

$$\sigma' = (\vec{P}_e \vec{n}).$$

В случае шаровой поверхности $\vec{P}_e \parallel \vec{n}$ и $P_e = \sigma'$. Следовательно, для внутренней поверхности диэлектрика имеем:

$$\sigma_1' = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \frac{Q}{4\pi R^2} ;$$

а для внешней:

$$\sigma_2' = \frac{(\varepsilon - 1)}{\varepsilon} \cdot \frac{Q}{4\pi (R + h)^2}$$

Наведенный заряд один и тот же и на внутренней и на внешней поверхности слоя диэлектрика:

$$Q_1' = Q_2' .$$

$$Q' = \frac{Q(\varepsilon - 1)}{\varepsilon} .$$

Подставляя данные задачи, получаем:

$$\sigma_1' = 2{,}5 \cdot 10^{-5} \ \frac{Кл}{м^2} ;$$

$$\sigma_2' = 1{,}38 \cdot 10^{-5}\ \frac{\hat{E}\ddot{e}}{\grave{i}^{\,2}};$$

$$Q' = Q_1' = Q_2' = 2{,}5 \cdot 10^{-6}\ \text{Кл}.$$

Задача 4. Пять конденсаторов одинаковой емкости соединены последовательно в батарею. Параллельно одному из кондукторов подключен статический вольтметр, емкость которого в два раза меньше емкости каждого конденсатора. Вольтметр показывает 500 В. Какова разность потенциалов на всей батарее?

Решение

Найдем емкость конденсатора и параллельно соединенного с ним вольтметра:

$$C_1 = C + \frac{C}{2} = \frac{3}{2}C.$$

Тогда емкость всей батареи конденсаторов и вольтметра можно подсчитать, пользуясь соотношением:

$$\frac{1}{C_{\acute{a}}} = \frac{4}{c} + \frac{2}{3C} = \frac{14}{3C},$$

откуда

$$C_{\acute{a}} = \frac{3}{14}C.$$

Заряд на системе конденсатор – вольтметр $Q = C_1U_1$, но при последовательном соединении этот заряд будет и на всей батарее. Следовательно, разность потенциалов на батарее

$$U = \frac{Q}{C_{\acute{a}}} = \frac{C_1U_1}{C_{\acute{a}}} = \frac{3\tilde{N}U_1 \cdot 14}{2 \cdot 3C} = 7U_1.$$

Подставляя данные задачи, получим:

$$U = 3500\ \text{В}.$$

Задача 5. Два параллельных цилиндрических провода радиусом $r = 0{,}5$ мм расположены так, что расстояние между их осями $d = 10$ см. Найдите емкость единицы длины такой системы (система находится в воздухе).

Решение

Так как d » r, то можно считать, что заряды распределены по поверхности проводников равномерно.

Напряженность в точке *A,* находящейся на расстоянии x от положительно заряженного провода

$$E = \frac{q_1}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{x} + \frac{q_1}{2\pi\varepsilon_0} \frac{1}{(d-x)},$$

где q_1 – заряд, приходящийся на единицу длины каждого провода. Разность потенциалов между проводами

$$U = \int_r^{d-r} E dx = \frac{q_1}{2\pi\varepsilon_0}\left[\int_r^{d-r} \frac{dx}{x} + \int_r^{d-r} \frac{dx}{d-x}\right] =$$

$$= \frac{q_1}{2\pi\varepsilon_0}\left[\ln\frac{d-r}{r} - \ln\frac{r}{d-r}\right] = \frac{q_1}{2\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{d-r}{r}\right)^2 = \frac{q_1}{\pi\varepsilon_0}\ln\frac{d}{r}.$$

Емкость каждой единицы длины такой системы проводов равна:

$$C_1 = \frac{q_1}{U} \frac{q_1\pi\varepsilon_0}{q_1 \ln\frac{d}{r}} = \frac{\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{d}{r}}.$$

Вычисления приводят к результату:

$$C_1 = 3{,}7\cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}.$$

Задача 6. На плоский воздушный конденсатор подается разность потенциалов U = 2 кВ. Размеры пластин 40 × 60 см, расстояние между ними d = 0,5 см. После зарядки конденсатор отключают от источника и затем раздвигают его обкладки так, что расстояние между ними увеличивается вдвое. Определите: а) работу по раздвижению обкладок; б) плотность энергии электрического поля до и после раздвижения обкладок.

Решение

Работа по раздвижению пластин равна изменению энергии заряженного конденсатора:

$$A = W_2 - W_1. \qquad (2.1.17)$$

Энергия конденсатора может быть выражена как

$$W_1 = \frac{C_1 U_1^2}{2} \text{ и } W_2 = \frac{C_2 U_2^2}{2}. \qquad (2.1.18)$$

Так как конденсатор был отключен от источника, то заряд на его обкладках не изменялся, т.е.

$$C_1 U_1 = C_2 U_2. \qquad (2.1.19)$$

Емкость конденсатора при первом положении обкладок

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

При раздвижении обкладок

$$C_2 = \frac{\varepsilon_0 S}{2d}$$

Тогда на основании соотношения (2.1.19)

$$U_2 = \frac{U_1 C_1}{C_2} = 2U_1.$$

Следовательно, работа по раздвижению обкладок

$$A = W_2 - W_1 = \frac{1}{2}(U_2^2 C_2 - U_1^2 C_1) = \frac{1}{2}(4U_1^2 \frac{C_1}{2} - U_1^2 C_1) = \frac{1}{2}U_1^2 C_1;$$

$$A = 84 \cdot 10^{-5} \text{ Дж.}$$

Плотность энергии электрического поля рассчитывается по формуле

$$\omega = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}.$$

Плотность энергии поля до раздвижения пластин

$$\omega_1 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \frac{U_1^2}{d_1^2}.$$

Плотность энергии поля после раздвижения пластин

$$\omega_2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \frac{U_2^2}{d_2^2}, \text{ но } U_2 = 2U_1, \text{ а } d_2 = 2d_1,$$

поэтому

$$\omega_2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \frac{U_1^2}{d_1^2}$$

т.е. плотность энергии не изменилась.

Задача 7. Два конденсатора емкостью 100 и 200 *см* каждый соединены последовательно, заряжены до разности потенциалов U_0 = 600 *В* и отключены от батареи. Конденсаторы, не разряжая, разъединяют и соединяют параллельно. Найти изменение заряда на каждом конденсаторе и разность потенциалов, которая установится при параллельном соединении.

Решение

При последовательном соединении каждый конденсатор обладает зарядом, равным заряду всей системы:

$$q_{01} = q_{02} = Q_0. \tag{2.1.20}$$

Здесь q_{01} и q_{02} – заряды 1-го и 2-го конденсаторов при последовательном соединении; Q_0 – заряд системы.

Согласно определению

$$Q_0 = U_0\,\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}. \tag{2.1.21}$$

Этот же заряд сохранится на каждом конденсаторе и после их разъединения.

При параллельном соединении конденсаторов перетекание зарядов будет продолжаться до тех пор, пока не установится одинаковая разность потенциалов U.

Разность потенциалов, общая для параллельного соединения, может быть найдена как отношение заряда Q системы к емкости батареи:

$$U = \frac{Q}{C_1+C_2}, \tag{2.1.22}$$

а заряд системы представляет собой сумму зарядов обоих конденсаторов:

$$Q = q_1 + q_2 = q_{01} + q_{02}. \tag{2.1.23}$$

Здесь q_1 и q_2 – заряды на каждом из конденсаторов после параллельного соединения, причем

$$\left.\begin{aligned} q_1 &= U\cdot C_1 \\ q_2 &= U\cdot C_2 \end{aligned}\right\} \tag{2.1.24}$$

Подставляя выражения (2.1.20) и (2.1.22) в (2.1.23), а затем в (2.1.22), получаем

$$U = \frac{2U_0C_1C_2}{(C_1+C_2)^2} = 267\text{ В}.$$

Учитывая выражения (2.1.24), находим изменения зарядов на каждом конденсаторе:

$$\Delta q_1 = q_1 - q_{01} = \frac{U_0C_1C_2}{C_1+C_2}\left(\frac{2C_1}{C_1+C_2} - 1\right) = \frac{U_0C_1C_2}{(C_1+C_2)^2}(C_1 - C_2),$$

$$\Delta q_2 = q_2 - q_{02} = \frac{U_0C_1C_2}{C_1+C_2}\left(\frac{2C_2}{C_1+C_2}-1\right) = \frac{U_0C_1C_2}{(C_1+C_2)^2}(C_2-C_1).$$

Подстановка числовых данных в эти формулы дает результат:

$$\Delta q_1 = -\,0{,}015\ \text{мкК};$$

$$\Delta q_2 = +0{,}015\ \text{мкК}.$$

Задача 8. Плоский воздушный конденсатор с площадью обкладок S=200 *см*^{2} каждая и расстоянием между ними l = 5 *мм* заряжается до разности потенциалов U_0=600 *В* и отключается от батареи. Как изменяются емкость и энергия конденсатора, если в пространство между обкладками параллельно им внести металлическую пластину такой же площади и толщины l'= 2 *мм*?

Решение

Уменьшение расстояния между обкладками за счет внесения пластины вызовет увеличение емкости конденсатора на величину

$$\Delta C = C_2 - C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{l-l'} - \frac{\varepsilon_0 S}{l} = 23{,}6 \cdot 10^{-12}\ \Phi$$

(Здесь C_2 – конечная емкость конденсатора).

Изменение энергии конденсатора может быть рассчитано двумя способами.

1-й способ. Поскольку конденсатор отключен от батареи, заряд на его обкладках остается постоянным и равным

$$Q=C_1U_0,$$

где C_1 – начальная емкость конденсатора.

Изменение энергии конденсатора при изменении емкости равно

$$\Delta W = \frac{Q^2}{2}\left(\frac{1}{C_2}-\frac{1}{C_1}\right) = -\frac{\varepsilon_0 S U_0^2}{2l^2}\cdot l' = 2{,}5\cdot 10^{-6}\ \text{Дж}.$$

2-й способ. Постоянство заряда на обкладках конденсатора обуславливает постоянство напряженности поля, а, следовательно, и плотности энергии.

Но так как внутри внесенной металлической пластины поля нет, то убыль энергии конденсатора равна энергии электрического поля в объеме металлической пластинки:

$$\Delta W = -\frac{\varepsilon_0 E^2}{2}\cdot S l'.$$

Здесь E – напряженность поля между обкладками.

Напряженность поля $E = \frac{U_0}{l}$. Окончательно получим

$$\Delta W = -\frac{\varepsilon_0 U_0^2}{2l^2} Sl'.$$

Задача 9. Плоский воздушный конденсатор состоит из двух пластин площадью S=200 *см*^{2} каждая, расположенных на расстоянии l_1 = 0,3 *см* друг от друга. Какую работу надо совершить, чтобы увеличить расстояние между обкладками до l_2 = 0,5 *см*? Задачу решить для двух случаев: 1) конденсатор заряжают до U_0 = 600 *В* и отключают от батареи; 2) конденсатор остается все время соединенным с батареей, поддерживающей постоянную разность потенциалов U_0 = 600 *В*.

Решение

Искомую работу можно рассчитать либо непосредственно как работу приложенной силы, либо из уравнения энергетического баланса.

Рассмотрим оба способа.

1-й способ. При бесконечно малом перемещении dl одной из пластин элементарная работа

$$\delta A' = Fdl; \qquad (2.1.25)$$

здесь F – приложенная сила, равная силе взаимодействия между пластинами, т.е.

$$F = E_1 q,$$

где $q = \frac{\varepsilon_0 SU}{l}$ – заряд передвигаемой пластины, $E_1 = \frac{U}{2l}$ – напряженность поля, создаваемого второй пластиной. Подстановка значений F, q, E_1 в формулу (2.1.25) дает

$$\delta A' = \frac{\varepsilon_0 SU^2}{2l^2} dl. \qquad (2.1.26)$$

Расстояние l между пластинами меняется от l_1 до l_2.

Если конденсатор отключен от батареи, то напряжение U на его обкладках непрерывно меняется, но заряд, а, следовательно, и напряженность поля между обкладками остаются неизменными. Это значит, что отношение

$$\frac{U}{l} = E = \text{const},$$

и тогда можно записать

$$\frac{U}{l} = \frac{U_0}{l_1}.$$

В этом случае выражение (2.1.26) примет вид

$$\Delta A_1' = \frac{\varepsilon_0 S U_0^2}{2 l_1^2} dl \ .$$

Тогда полная работа внешних сил

$$A_1' = \frac{\varepsilon_0 S U_0^2}{2 l_1^2} (l_2 - l_1) = 71.2 \cdot 10^{-7} \text{ Дж.}$$

Если конденсатор соединен с батареей, то напряжение U все время постоянно и равно U_0, и, интегрируя выражение (2.1.26), получим, что работа внешних сил

$$A_2' = \frac{\varepsilon_0 S U_0^2}{2} \int_{l_1}^{l_2} \frac{dl}{l^2} = \frac{\varepsilon_0 S U_0^2}{2} \left(\frac{1}{l_1} - \frac{1}{l_2} \right) = 42{,}7 \cdot 10^{-7} \text{ Дж.}$$

Задача 10. Воздушный конденсатор емкостью C_0 = 0,2 *мкФ* заряжен до разности потенциалов U_0 = 600 В. Найти изменение энергии конденсатора и работу, совершаемую силами поля, при заполнении конденсатора жидким диэлектриком с относительной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 2$. Расчет произвести в двух случаях: 1) конденсатор отключен от батареи; 2) конденсатор соединен с батареей.

Решение

Изменение энергии конденсатора согласно уравнению энергетического баланса определяется работой внешних сил, т.е. работой сил поля, взятой с обратным знаком и работой батареи – работой сил стороннего поля.

При введении в поле конденсатора диэлектрика на его поверхности вследствие поляризации образуются связанные заряды, и диэлектрик будет втягиваться в поле конденсатора. Следовательно, работа A сил поля будет обязательно положительной.

В первом случае, когда конденсатор отключен от батареи, при совершении силами поля положительной работы энергия конденсатора будет уменьшаться, т.е. изменение энергии

$$\Delta W_k = -A. \qquad (2.1.27)$$

Во втором случае надо учитывать, что связанные заряды на поверхности диэлектрика, введенного между обкладками конденсатора, будут уменьшать напряженность результирующего поля, и разность потенциалов между обкладками конденсатора останется постоянной только за счет добавочных зарядов, посылаемых батареей.

Батарея будет совершать положительную работу, за счет чего будет возрастать энергия конденсатора. В этом случае изменение энергии

$$\Delta W_k = -A + A_{бат}. \qquad (2.1.28)$$

Первый случай.

Энергию конденсатора удобно рассчитать по формуле:

$$W = \frac{Q^2}{2C},$$

где Q – заряд конденсатора, остающийся постоянным; C – емкость конденсатора.

При заполнении конденсатора диэлектриком емкость его возрастает в ε раз до значения C_1. Соответственно с этим

$$\Delta W = W_1 - W_0 = \frac{Q^2}{2}\left(\frac{1}{C_1} - \frac{1}{C_0}\right). \qquad (2.1.29)$$

Выразим заряд конденсатора через начальные значения емкости и разности потенциалов:

$$Q = C_0\,U_0. \qquad (2.1.30)$$

Подставляя выражение (2.1.30) в равенство (2.1.29) и учитывая, что $C_1 = \varepsilon C_0$, находим

$$\Delta W = \frac{C_0 U_0^2}{2}\left(\frac{1}{\varepsilon} - 1\right) = -\,18\cdot 10^{-3}\,\textit{Дж};$$

$$A_1 = -\,\Delta W = 18\cdot 10^{-3}\,\textit{Дж}.$$

Второй случай.

Изменение энергии конденсатора найдем из формулы

$$\Delta \mathrm{W} = \frac{U_0^2}{2}(C_1 - C_0) = \frac{U_0^2 C_0}{2}(\varepsilon - 1). \qquad (2.1.31)$$

Работа батареи

$$A_б = \Delta Q U_0 = C_0\, U_0^2\,(\varepsilon - 1) \qquad (2.1.32)$$

Подставляя выражения (2.1.31) и (2.1.32) в равенство (2.1.28), находим искомую работу сил поля:

$$\mathrm{A}_2 = \mathrm{A}_б - \Delta \mathrm{W} = \frac{C_0 U_0^2}{2}(\varepsilon - 1) = 36\cdot 10^{-3}\ \text{Дж}$$

Задача 11. Альфа-частица, вылетающая при радиоактивном распаде из ядра атома радия со скоростью $\upsilon = 1{,}6\cdot 10^{-7}$ м/с, движется к неподвижному ядру натрия. На какое наименьшее расстояние приблизится α-частица к этому ядру?

Решение

Систему ядро натрия – α-частица можно рассматривать как замкнутую и считать ее консервативной, тогда полная энергия частицы, движущейся в потенциальном поле точечного заряда,

$$E = \frac{m\upsilon^2}{2} + U = \text{const},\ \text{где}\ \frac{m\upsilon^2}{2}\ – \text{кинетическая энергия,}$$

U – потенциальная энергия частицы.

Потенциальная энергия частицы при бесконечном удалении ее от заряда, создающего поле, стремится к нулю.

Движение возможно до тех пор, пока частица обладает кинетической энергией, т.е. пока $E > U$ (рис. 1.2.6).

Кинетическая энергия α-частицы при приближении к ядру уменьшается. В начальный момент отношение скорости v к скорости света c таково, что $\beta^2 = \left(\frac{\upsilon}{c}\right)^2 \leq 1$, следовательно, в данном случае можно не учитывать релятивистский характер движения.

Наименьшее расстояние r_0, на которое α-частица сможет подойти к ядру натрия, определителя из условия:

$$E = U_{r_0}$$

т.е. когда вся кинетическая энергия частицы перейдет в потенциальную.

Но

$$U_{r_0} = \frac{q_\alpha q_{n\alpha}}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_0};\ \frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{q_\alpha q_{N\alpha}}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_0},$$

или, учитывая данные задачи, получаем:

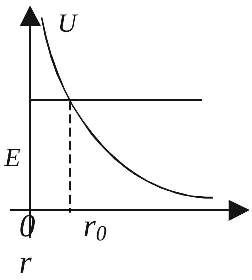


Рис. 1.2.6

$$\frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{2e \cdot 11e}{r_0},$$

откуда

$$r_0 = \frac{11e^2}{\pi\varepsilon\varepsilon_0 m\upsilon^2}.$$

Подстановка числовых данных СИ дает:

$$r_0 = 6 \cdot 10^{-15}\ \text{м}.$$

Задача 12. В простейшей двух электродной лампе катодом служит накаленная нить, натянутая вдоль оси цилиндра, являющегося анодом. Диаметр нити катода d_1 = 0,1 мм, диаметр цилиндра d_2 = 10 мм. Разность потенциалов между катодом и анодом U = 91 В. Начальная скорость электронов, покидающих катод, очень мала. Определите: а) ускорение и скорость электронов в точке, отстоящей от оси нити накала на расстоянии r = 3,5 мм; б) максимальную энергию, приобретенную электроном.

Решение

а) По второму закону динамики ускорение тела в любой точке поля равно:

$$a = \frac{F}{m}$$

Но $F = eE$, поэтому

$$a = \frac{eE}{m} \qquad (2.1.33)$$

Напряженность поля определяется зарядом катода. Катод можно принять за цилиндр, тогда

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0}\cdot\frac{\tau}{r}, \qquad (2.1.34)$$

где τ – линейная плотность заряда катода.

Для нахождения τ воспользуемся значением разности потенциалов на цилиндрическом конденсаторе:

$$U = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0}\ln\frac{r_2}{r_1}$$

Отсюда $\tau = \dfrac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 U}{\ln\frac{r_2}{r_1}}$ (2.1.35)

С учетом соотношений (2.1.34) и (2.1.35) для ускорения а получим выражение:

$$a = \frac{eU}{rm\ln\frac{r_2}{r_1}} \qquad (2.1.36)$$

Электрон попадает в ускоряющее поле, которое совершает работу по увеличению его кинетической энергии:

$$\Delta\left(\frac{m\upsilon^2}{2}\right) = e(\varphi_0 - \varphi_A),$$

где φ_A – потенциал в точке А,

φ_0 – потенциал катода.

Учитывая, что начальная скорость электронов мала, получим:

$$\frac{m\upsilon^2}{2} = e\frac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0}\ln\frac{r}{r_1} \qquad (2.1.37)$$

Подставим значение τ из (2.1.35), тогда

$$\upsilon^2 = \frac{2eU\ln\frac{r}{r_1}}{m\ln\frac{r_2}{r_1}} \qquad (2.1.38)$$

б) Максимальную энергию, электрон получит, пройдя наибольшую разность потенциалов, т.е. при достижении анода:

$$W_{\text{макс}} = eU. \qquad (2.1.39)$$

Проведем вычисления в СИ:

$a = 10^{15}$ м/с^2; $\upsilon = 5{,}4 \cdot 10^6$м/с; $W_{\text{макс}} = 1{,}46 \cdot 10^{-17}$ Дж.

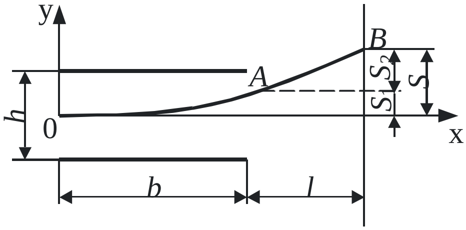


Рис. 2.1.7

Задача 13. В электроннолучевой трубке расстояние от конца управляющих горизонтальных пластин до экрана l = 25 см. Длина пластин b = 6 см, расстояние между ними h = 1,8 см. При разности потенциалов на отклоняющих пластинах

U = 50 В

светящееся пятно на экране смещается на s = 21 мм от места, где оно получается в отсутствие разности потенциалов (рис. 2.1.7). С какой скоростью электроны влетают в поле отклоняющих пластин? (Действие силы тяжести не учитывать.)

Решение

Электрон в электрическом поле отклоняющих пластин движется по параболе. Сделаем допущение, что электрическое поле отклоняющих пластин однородно и за пределами пластин отсутствует. Выберем систему координат с началом в точке O. Движение электрона вдоль оси X равномерное, поэтому

$$t = \frac{x}{\upsilon_0} \qquad (2.1.40)$$

В момент попадания электрона в поле отклоняющих пластин $y_0 = 0$ и $\upsilon_{y0} = 0$. Уравнение движения на участке *OA*:

$$my = eE = e\frac{U}{h}.$$

Откуда

$$my = e\frac{U}{h}t \text{ и } my = ½e\frac{U}{h}t^2.$$

Заменив t его значением из (2.1.40), получаем:

$$y = \frac{1}{2}e\frac{U}{mh}\frac{x^2}{\upsilon_0^2}.$$

Отклонение, приобретенное на участке *OA* (при $x = b$, $y = s_1$):

$$s_1 = \frac{1}{2}e\frac{U}{mh}\frac{b^2}{\upsilon_0^2}.$$

На участке *AB* движение равномерное, прямолинейное:

$$s_2 = l\,tg\,\alpha = l\left(\frac{dy}{dx}\right)_A; \frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}e\frac{2xU}{hm\upsilon_0^2};$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_A = \frac{eUb}{mh\upsilon_0^2} \text{ и } s_2 = l\frac{eUb}{mh\upsilon_0^2}.$$

Тогда

$$s = s_1 + s_2.$$

$$s = \frac{eUb}{mh\upsilon_0^2}\left(\frac{1}{2}b + l\right);$$

откуда

$$\upsilon_0^2 = \frac{eUb}{mhs}\left(\frac{1}{2}b + l\right).$$

Подстановка числовых данных дает $\upsilon_0 = 2\cdot10^7$ м/с.

Индивидуальные задания

1.2.1. Свободные заряды равномерно распределены с объемной плотностью $\rho = 5$ нКл/м^3 по шару радиусом $R = 10$ см из однородного изотропного диэлектрика с проницаемостью $\varepsilon = 5$. Определить напряженность электростатического поля на расстояниях $r_1 = 5$ см и $r_2 = 15$ см от центра шара.

Ответ: $E_1 = \dfrac{\rho r_1}{3\varepsilon_0\varepsilon}$; $E_1 = 1{,}88$ В/м; $E_1 = \dfrac{\rho R^3}{3\varepsilon_0\varepsilon}$; $E_2 = 8{,}37$ В/м.

1.2.2. К пластинам плоского воздушного конденсатора приложена разность потенциалов $U_1 = 500$ В. Площадь пластин $S = 200$ см^3, расстояние между ними $d = 1{,}5$ см. После отключения конденсатора от источника напряжения в пространство между пластинами внесли парафин ($\varepsilon = 2$). Определить разность потенциалов между пластинами после внесения диэлектрика и емкости конденсатора до и после внесения диэлектрика.

Ответ: $U_2 = 250$В, $C_1 = 118$ пФ.

1.2.3. Пучок электронов, ускоренных разностью потенциалов $U_0 = 300$В, при прохождении через плоский незаряженный, горизонтально расположенный конденсатор параллельно его пластинам дает светящееся пятно на экране, расположенном на расстоянии $x = 12$ см от конца конденсатора. При зарядке конденсатора пятно на экране смещается на расстояние $y = 3$ см. Расстояние между пластинами $d = 1{,}4$ см, длина конденсатора $l = 6$ см. Найти разность потенциалов, приложенную к пластинам конденсатора. Ответ: $U = \dfrac{2Uyd}{l\left(x + \dfrac{l}{2}\right)}$.

1.2.4. Два электрона удерживаются в равновесии за счет нити длины l. Система находится на горизонтальной поверхности. Нить пережигают. Какую максимальную скорость приобретут электроны, если коэффициент трения μ, а масса электрона m?

Ответ: $U_{\max} = \dfrac{q}{\sqrt{4\pi\varepsilon_0 ml}} - \dfrac{1}{\sqrt{\mu gl}}$

1.2.5. Расстояние между пластинами плоского конденсатора $d = 4$ см. Электрон начинает двигаться от отрицательно заряженной пластины в тот момент, когда от положительно заряженной пластины начинает двигаться протон. На каком расстоянии l от положительной пластины встретятся электрон и протон? Ответ: $l = 22$ мкм

1.2.6. Расстояние между пластинами плоского конденсатора $d = 1$ см. От одной из пластин одновременно начинают двигаться протон и a^- частица. Какое расстояние l пройдет a^- частица за то время, в течение которого протон пройдет весь путь от одной пластины до другой?

Ответ: $l = 0{,}5$ см

1.2.7. Электрон с некоторой начальной скоростью v_0 влетает в плоский горизонтально расположенный конденсатор параллельно пластинам на равном расстоянии от них. Разность потенциалов между пластинами конденсатора U = 300 В; расстояние между пластинами d = 2 см; длина конденсатора l = 10 см. Какова должна быть предельная начальная скорость электрона, чтобы он не вылетел из конденсатора?

Ответ: $\upsilon_0 = \leq \sqrt{\frac{|e|E}{md}}$; υ_0 = 3,64·107 м/с;

1.2.8. Электрон движется в плоском горизонтально расположенном конденсаторе параллельно его пластинам со скоростью υ = 3,6·10^7м/с. Напряженность поля внутри конденсатора E = 3,7 кВ/м; длина пластин конденсатора l = 20 см. На какое расстояние сместится электрон в вертикальном направлении под действием электрического поля за время его движения в конденсаторе? Ответ: 1 см

1.2.9. Восемь заряженных водяных капель радиусом r = 1 мм и зарядом q = 0,1 нКл каждая сливаются в одну общую водяную каплю. Найти потенциал большой капли.

Ответ: $\varphi = n^{\frac{2}{3}} q \left(4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r\right)$; φ= 3,6 кВ.

1.2.10. Два плоских воздушных конденсатора одинаковой емкости соединены параллельно и заряжены до разности потенциалов U = 300 В. Определить разность потенциалов этой системы, если пространство между пластинами одного из конденсаторов заполнить слюдой ($\varepsilon = 7$).

Ответ: 75 В.

1.2.11. Два металлических шара радиусами R_1 = 2 см и R_2 = 6 см соединены проводником, емкостью которого можно пренебречь. Шарам сообщен заряд q = 1 нКл. Какова поверхностная плотность зарядов на шарах? Ответ: $\sigma = \frac{q}{4\pi R^2}$.

1.2.12. Шар радиусом R_1 = 6 см заряжен до потенциала φ_1 = 300 В, а шар радиусом R_2 = 4 см до потенциала φ_2 = 500 В. Определить потенциалы шаров после того, как их соединили металлическим проводником, емкостью которого можно пренебречь.

Ответ: $\varphi = \frac{R_1\varphi_1 + R_2\varphi_2}{R_1 + R_2}$; φ = 380 В.

1.2.13. К воздушному конденсатору, заряженному до разности потенциалов U = 600 В и отключенному от источника напряжения, присоединили параллельно второй незаряженный конденсатор таких же размеров и формы, но с диэлектриком. Определить диэлектрическую проницаемость диэлектрика, если после присоединения второго конденсатора разность потенциалов уменьшилась до U_1 = 100 В. Ответ: 5.

1.2.14. Найти соотношение между радиусом шара R и максимальным значением потенциала φ, до которого он может быть заряжен в воздухе, если при нормальном давлении разряд в воздухе наступает при напряженности электрического поля E = 3 МВ/м. Каким будет максимальный потенциал шара диаметром D = 1 м.

Ответ: $\varphi = E_0R$; φ_{max}=1,5 нВ

1.2.15. Два конденсатора емкостью C_1 = 3 мкФ и C_2 = 6 мкФ соединены последовательно и присоединены к батарее с ЭДС ε = 120 В. Определить заряд каждого конденсатора и разность потенциалов между его обкладками.

Ответ: $\varphi_1 = \dfrac{\varepsilon C_2}{C_1 + C_2}$; φ_1 = 80 В; φ_2 = 40 В; $Q_1 = Q_2$ = 0,36 нК.

1.2.16. Определите емкость плоского конденсатора, между обкладками которого находится стекло (d_1 = 10^{-4}м), покрытое с обеих сторон слоем парафина толщиной d_2 = $0{,}2\cdot10^{-4}$м. Площадь обкладок конденсатора S = 0,02 м^2. Ответ: C = 51,6 пФ.

1.2.17. Две плоские пластинки площадью S = 200 см^2 каждая, заряженные равными по величине зарядами, притягиваются в керосине с силой F = $2{,}5\cdot10^{-2}$ Н. Расстояние между пластинками очень мало. Определите находящиеся на них заряды. Ответ: q =$1{,}33 \cdot 10^{-7}$ Кл.

1.2.18. Два конденсатора, емкости которых C_1 = 600 пФ и C_2 = 1000 пФ, соединены последовательно. Батарею заряжают до разности потенциалов U = 20 кВ. Затем конденсаторы не разряжая соединяют параллельно. Определите работу разряда, происходящего при этом переключении. Ответ: A = $4{,}7\cdot10^{-3}$Дж

1.2.19.Емкость батареи конденсаторов, образованной двумя последовательно соединенными конденсаторами C = 100пФ, а заряд q = 20нКл. Определить емкость второго конденсатора, а также разность потенциалов на обкладках каждого конденсатора, если C_1 = 200пФ.

Ответ: $C_2 = \dfrac{CC_1}{C_1 - C}$; C_2=200 пФ; U_1=100 В; U_2=100 В.

1.2.20. Уединенная металлическая сфера электроемкостью C = 4 пФ заряжена до потенциала φ = 1 кВ. Определить энергию поля, заключенную в сферическом слое между сферой и концентрической с ней сферической поверхностью, радиус которой в 4 раза больше радиуса сферы. Ответ: $W = \dfrac{3c\varphi^2}{8}$; W = 1,5 мкДж.

1.2.21. Две концентрические проводящие сферы радиусами R_1 = 20 см и R_2 = 50 см заряжены соответственно одинаковыми зарядами q = 100 нКл. Определить энергию электрического поля, заключенного между этими сферами.

Ответ: $W = \dfrac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{R_1} - \dfrac{1}{R_2}\right)$; W = 135 мкДж.

1.2.22. Сплошной эбонитовый шар (ε = 3) радиусом R = 5 см заряжен равномерно с объемной плотностью ρ = 10 нКл/м^3. Определить энергию электростатического поля, заключенную внутри шара.

Ответ: W = 2,46 пДж

1.2.23. Сплошной шар из диэлектрика радиусом R = 5 см заряжен равномерно с объемной плотностью ρ=10 нКл/м^3. Определить энергию электростатического поля, заключенную в окружающем шар пространстве.

Ответ: $W = \dfrac{2\pi\rho^2}{45\varepsilon\,\varepsilon} R^5$; W = 0, 164 пДж.

1.2.24. Плоский воздушный конденсатор емкостью C = 10 пФ зарядили до разности потенциалов U_1=500 В. После отключения конденсатора от источника напряжения расстояние между пластинами конденсатора было увеличено в 3 раза. Определить: 1) разность потенциалов на обкладках конденсатора после их раздвижения; 2) работу внешних сил по раздвижению пластин.

Ответ: U_2 = 1,5 кВ; A = 2,5 мкДж.

1.2.25. Разность потенциалов между пластинами плосеого конденсатора U = 100В. Площадь каждой пластины S = 200 см^2, расстояние между пластинами d =0,5 мм, пространство между ними заполнено парафином. Определите силу притяжения пластин друг к другу. Ответ: $F = \dfrac{\varepsilon_0 \varepsilon S U^2}{2d^2}$; F = 7,08 мН.

1.2.26.Конденсаторы соединены в батареи (рис. 1.1.8, а и б). Каковы емкости этих батарей? Покажите, что емкости этих батарей равны, если выполняется условие: $\dfrac{C_1}{C_3} = \dfrac{C_2}{C_4} = k$?

Ответ: $C_a = \dfrac{C_1 + C_2}{1 + k} = C_{\acute{a}}$.

1.2.27. Конденсатор емкостью C заряжен от источника постоянной ЭДС через сопротивление R. С каким КПД происходит процесс зарядки? Ответ: 0,5.

1.2.28. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено диэлектриком (ε = 5), объем которого V = 20 см^3. Поверхностная плотность заряда на пластинах конденсатора σ = 8,35 мкКл/м^2. Вычислить работу, которую необходимо совершить, чтобы удалить диэлектрик из конденсатора.

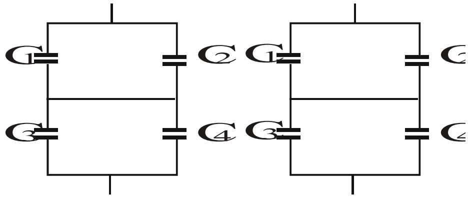
Ответ: A_1 = 19,7 мкДж; A_2 = 98 мкДж.

1.2.29. Между пластинами плоского конденсатора вложена тонкая пластинка из диэлектрика (ε = 6). Какое давление испытывает эта пластинка, если напряженность электрического поля E = 1 МВ/м?

Ответ: p = 26,5 Па.

1.2.30. Конденсаторы C_1 с C_2 подключаются к источнику ЭДС Е (рис. 1.1.9). Вначале переключатель находится в положении 1, так что заряжается конденсатор C_1, затем переключатель занимает положение 2. Как при этом изменится энергия системы конденсаторов? Рассмотрите случаи: $C_1 = C_2$; $C_1 > C_2$; $C_1 < C_2$;

Ответ: $\dfrac{W_1}{W_2} = \dfrac{C_1 + C_2}{C_1}$.



а) б)

Рис. 1.1.8

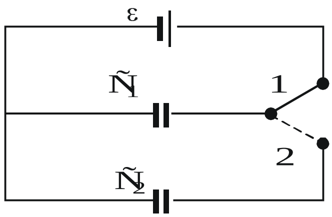


Рис. 1.1.9

1.3. Законы постоянного тока

Справочные сведения

Связь между током и зарядом:

$$\vec{I} = \frac{d\vec{q}}{dt},$$

где dq – заряд, переносимый через сечение проводника,

dt – время прохождения заряда.

Плотность тока:

$$\vec{j} = \frac{d\vec{I}}{dS}.$$

Закон Ома в дифференциальной форме описывает процесс в каждой точке проводника:

$$\vec{j} = \gamma\vec{E},$$

где γ – удельная проводимость проводника.

Закон Ома в интегральной форме для участка цепи, не содержащего ЭДС:

$$I = \frac{U}{R} = GU ,$$

где R – сопротивление участка,

G – проводимость.

Сопротивление проводника:

$$R = \rho\frac{l}{S} = \frac{1}{\gamma}\frac{l}{S}$$

(здесь ρ – удельное сопротивление вещества проводника,

γ – удельная проводимость).

Закон Джоуля — Ленца (мощность, потребляемая на участке цепи):

$$N = I^2R.$$

Если других эффектов, кроме нагревания проводников, не возникает, то мощность может быть выражена формулой:

$$N = IU = \frac{U^2}{R} .$$

Соединение проводников: при последовательном соединении общее сопротивление

$$R_{ПС} = \sum R_i ;$$

при параллельном соединении общее сопротивление определяется из формулы

$$\frac{1}{R_{\text{пр}}} = \sum\frac{1}{R_i} .$$

Зависимость удельного сопротивления проводников от температуры выражается формулой

$$\rho = \rho_0(1+\alpha t),$$

где ρ_0 — удельное сопротивление при 0°С, α — температурный коэффициент сопротивления (для металлов $\alpha \approx 4{,}3\cdot10^{-3\circ}$ С-1, для электролитов и полупроводников температурный коэффициент а отрицателен).

Для поддержания тока в цепи необходимо наличие сторонних сил, причем циркуляция вектора напряженности сторонних сил

$$\oint \vec{E}_{ст} d\vec{l} \neq 0 .$$

Закон Ома для участка цепи, содержащего источник сторонних сил:

$$I = \frac{U + E_{СТ}}{R + r}.$$

$E_{ст} > 0$, если источник способствует протеканию тока по данному участку, и $E_{ст} < 0$, если он препятствует протеканию тока.

Разветвленные цепи рассчитывают по правилам Кирхгофа:

1) для узла $\sum I_i = 0$;

2) для произвольного замкнутого контура

$$\sum E_k = \sum I_i R_i + \sum I_k r_k.$$

Заряд конденсатора в процессе его зарядки (разрядки) изменяется на величину

$$\Delta q = CE\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right] \text{(зарядка).}$$

$$\Delta q = CE \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \text{(разрядка),}$$

где $\tau = RC$ – время релаксации;

R – сопротивление, через которое происходит зарядка (разрядка) конденсатора.

Примеры решения задач

При решении задач настоящего параграфа следует выделить два метода: 1) для определения характеристик электрической цепи: силы тока, напряжения и сопротивления используют обобщенный закон Ома. 2) для расчета разветвленных цепей используют законы Кирхгофа. Независимо от выбранного метода желательно придерживаться следующего порядка: 1) обозначить токи на всех участках цепи. 2) выбрать направления обхода, составить уравнения на основании второго закона Кирхгофа, обобщенного закона Ома, соблюдая правило знаков. В задачах на тепловое действие тока используют закон Джоуля-Ленца и закон сохранения энергии.

Задача 1. Какое количество электричества было перенесено, если ток равномерно возрастал от нуля до 3 А в течение 10 с?

Решение

Заряд, перенесенный за время dt, и ток связаны формулой $dq = idt$.

В нашем случае ток не остается постоянным, а нарастает равномерно, т.е.

$$i = kt,$$

где $k = \frac{I}{\tau}$ постоянная величина.

Тогда $dq = ktdt$

$$q = \int_0^\tau ktdt = \frac{1}{2}k\tau^2.$$

Подстановка числовых данных дает: $q = 15$ Кл.

Задача 2. Определите температурный коэффициент провода, составленного из алюминиевой проволоки сопротивлением 3 Ом и железной проволоки сопротивлением 2 Ом, соединенных последовательно.

Решение

Выразим сопротивления алюминиевой и железной проволок для одной и той же температуры:

$$R_1 = R_{01}(1 + a_1 t),$$

$$R_2 = R_{02}(1 + a_2 t).$$

Найдем изменение сопротивления алюминиевой проволоки $\Delta R_1 = R_{01}a_1 t$ и железной проволоки $\Delta R_2 = R_{02}a_2 t$. Проволоки соединены последовательно, поэтому увеличение полного сопротивления при изменении температуры на t°C равно:

$$\Delta R = a(R_{01} + R_{02})t.$$

Но, с другой стороны, $\Delta R = \Delta R_1 + \Delta R_2$. Следовательно, температурный коэффициент а может быть определен из соотношения

$$a(R_{01} + R_{02})t = a_1 R_{01} t + a_2 R_{02}$$

$$a = \frac{a_1 R_{01} + a_2 R_{02}}{R_{01} + R_{02}}.$$

Подстановка числовых данных дает: $a = 4{,}9\cdot10^{-3}\ {}^\circ C^{-1}$.

Задача 3. В неограниченной среде, удельное сопротивление которой $\rho = 10^2$ Ом·м, находится металлический шар диаметром $D = 0{,}1$ м. Определите сопротивление системы шар – неограниченная среда.

Решение

Сопротивление сферического слоя радиусом x и толщиной dx равно:

$$dR = \rho \frac{dx}{4\pi x^2}.$$

Полное сопротивление системы шар – неограниченная среда:

$$R = \int dR = \frac{\rho}{4\pi} \int\limits_{\frac{D}{2}}^{\infty} \frac{dx}{x^2} = \frac{\rho}{2\pi D}.$$

Подстановка числовых данных дает: $R = 1{,}5 \cdot 10^2$ Ом.

Задача 4. В схеме (рис. 3.1.1) сопротивления подобраны так, что ток через батарею с ЭДС E_1 не идет. $E_1 = 2$ В, $E_2 = 5$ В; $R_3 = 2$ Ом. Внутренними сопротивлениями источников можно пренебречь. Определите: а) напряжение U_2 на сопротивлении R_2; б) ток в сопротивлении R_3, в) сопротивления R_1, R_2, R_3

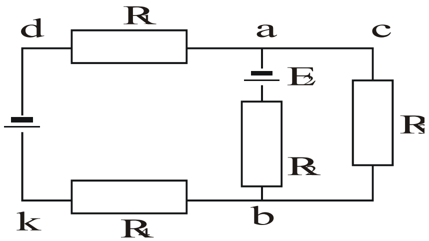


Рис. 3.1.1

Решение

По условию задачи ток через источник E_1 не идет, следовательно, ток в контуре *АВС* везде один и тот же: $I_3 = I_2 = I$ (первое правило Кирхгофа).

Но $I = \dfrac{E_1}{R_2 + R_3}$

или $I = \dfrac{E_1}{R_3}$.

Используя второе правило Кирхгофа для контура *АВКО,* получаем:

$$1R_2 = E_2 - E_1;$$

следовательно,

$$U_2 = E_2 - E_1;$$

Сопротивление R_2 может быть рассчитано по закону Ома для участка цепи:

$$R_2 = \frac{U_2}{I} \cdot$$

Сопротивления R_1 и R_4 (так как ток через них не идет) могут быть какими угодно.

Подстановка числовых данных дает:

$$U_2 = 3 \text{ В}; I_3 = I\text{А}; R_2 = 3 \text{ Ом}.$$

Задача 5. К концам свинцовой проволоки длиной l = 5 см и диаметром d= 0,2 мм приложено напряжение U=100 В. Какой промежуток времени пройдет до начала плавления проволоки? Точка плавления свинца $t_{пл}$ = 327°С. Начальную температуру проволоки принять равной нулю. Изменением теплоемкости свинца при нагревании и рассеиванием тепла в окружающее пространство пренебречь.

Решение

В общем случае элементарное количество тепла, выделяемое электрическим током в проволоке за время $d\tau$, равно:

$$dQ = \frac{U^2}{R} d\tau \cdot \qquad (1.3.1)$$

Сопротивление R меняется с температурой по закону:

$$R = \rho_0(1+\text{a}t) \frac{l}{S}, \qquad (1.3.2)$$

где ρ_0 – удельное сопротивление при 0°С, а t – температура в данный момент.

В то же время количество тепла, получаемое проволокой, можно выразить через массу проволоки, ее удельную теплоемкость и изменение температуры:

$$DQ=cmdt=cDlSdt, \qquad (1.3.3)$$

Подставив (1.3.2) и (1.3.3) в уравнение (1.3.1), получим:

$$\frac{U^2 S}{\rho_0 (1+at)l} d\tau = DlScdt\,. \qquad (1.3.4)$$

Разделим переменные и проинтегрируем:

$$d\tau = \frac{Dl^2 c\rho_0}{U^2} (1+at)dt\,.$$

$$\tau = \frac{Dl^2 c\rho_0}{U^2}\left(t + \frac{1}{2}at^2\right)\Bigg|_{t_0}^{t_{\text{ïë}}} .$$

Так как t_0 = 0°С, то после подстановки пределов интегрирования получаем:

$$\tau = \frac{Dt^2 c\rho_0}{U^2} t_{\text{ïë}} \left(1 + \frac{1}{2}at_{\text{ïë}}\right).$$

Произведем расчет: τ=5·10^{-5}с.

Задача 6. Аккумуляторная батарея из 120 элементов емкостью 360 А-ч может заряжаться в течение 8 ч. Для зарядки аккумуляторы включают в четыре параллельные группы. Зарядку производят от сети с напряжением 220 В. Электродвижущая сила каждого аккумулятора, в начале зарядки равная 1,8 В, после зарядки должна быть равна 2,7 В.

Внутреннее сопротивление каждого аккумулятора можно считать постоянным и равным 0,1 Ом. Какой реостат следует включить в схему для осуществления зарядки при этих условиях?

Решение

Чтобы выбрать реостат для включения в схему, надо рассчитать ток, который будет по нему проходить, и его сопротивление.

Ток, обеспечивающий зарядку, и, следовательно, проходящий через реостат, равен:

$$I = \frac{q}{t} .$$

В каждой параллельной ветви последовательно включено $\frac{n}{4}$ элементов. Электродвижущая сила в одной ветви будет определять ЭДС всей батареи.

В начале зарядки ЭДС всей батареи

$$E' = \frac{n}{4}E_1 .$$

В конце зарядки ЭДС всей батареи

$$E'' = \frac{n}{4}E_2 .$$

Сопротивление всей батареи

$$r' = \frac{r\frac{n}{4}}{4} = \frac{rn}{16} .$$

В соответствии со вторым правилом Кирхгофа начало и конец зарядки описываются уравнениями:

$$U - E' = 1(R' + r'),\ U - E'' = 1\,(R'' + r').$$

Откуда получаем:

$$R' = \frac{U - \frac{n}{4}E_1 - Ir'}{I},$$

$$R'' = \frac{U - \frac{n}{4}E_2 - Ir'}{I}.$$

Вычисления дают:

$$/ = 45\text{ А};$$

$$R' = 2{,}94\text{ Ом};\ \mathrm{R}'' = 2{,}34\text{ Ом}.$$

Для осуществления зарядки аккумуляторов следует взять реостат сопротивлением не менее 3 Ом, выдерживающий ток 45 А.

Задача 7. Четыре батареи с электродвижущими силами E_1 =55 В, E_2=10 В, E_3 = 30 В, E_4 = 15 В и внутренними сопротивлениямиг r_1 = 0,3 Ом, r_2 = 0,4 Ом, r_3 = 0,1 Ом, r_4 = 0,2 Ом включены в цепь (рис. 3.1.2)

R_1 = 9,5 Ом, R_2 = 19,6 Ом, R_3 = 4,9 Ом. Найдите токи в каждой ветви цепи.

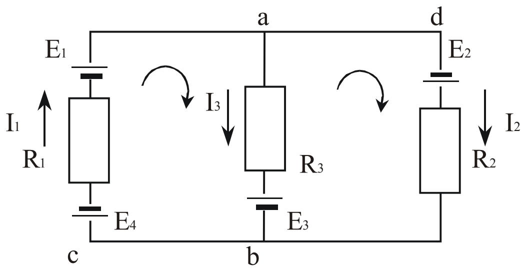


Рис. 3.1.2

Решение

В схеме неизвестных токов три, следовательно, необходимо составить систему из трех независимых уравнений.

Два уравнения мы получим, применяя второе правило Кирхгофа (так как независимых контуров два – *abca* и *adba),* а третье уравнение даст первое правило Кирхгофа.

Покажем на схеме направления токов и направление обхода контуров.

Составляем уравнения. При составлении уравнений будем считать ЭДС или направление тока положительными (пишем в уравнении со знаком «плюс»), если направление ЭДС или направление тока совпадает с направлением обхода контура (для второго правила Кирхгофа); ток отрицательным (берем в уравнении первого правила Кирхгофа со знаком «минус»), если он подходит к узловой точке.

Для контура *abca* (рис. 3.1.2):

$$E_1 - E_3 - E_4 = I_1\,(R_1 + r_1 + r_4) + I_3\,(R_3 + r_3);$$

для контура *adba:*

$$E_3 + E_2 = I_2\,(R_2 + r_2) - I_3\,(R_3 + r_3);$$

для узловой точки *a:*

$$-I_1 + I_2 + I_3 = 0.$$

Полученную систему уравнений заменим системой уравнений с числовыми коэффициентами:

$$0 = -I_1 + I_2 + I_3;$$

$$10 = 10I_1 + 5I_3;$$

$$40 = 20I_2 - 5I_3.$$

Систему можно решать любым из известных в математике способом, но использование определителей быстрее приводит к цели.

В результате решения получаем:

$$I_1 = 1{,}28\ \text{А};\ I_2 = 1{,}85\ \text{А};\ I_3 = -0{,}57\ \text{А}.$$

Знак «минус» перед током I_3 показывает, что истинный ток в ветви имеет противоположное направление.

Задача 8. От источника, разность потенциалов на клеммах которого $U_0 = 10^5$ В, требуется передать мощность $N = 5\cdot10^3$ кВт на расстояние $l = 5$ км. Допустимая «потеря» напряжения в проводах $n = 1\%$. Рассчитайте минимальное сечение S медного провода, пригодного для этой цели.

Решение

Обозначим; $U_о$ – разность потенциалов на клеммах источника,

R_n – нагрузка потребителя, U_R – напряжение на нагрузке.

Напряжение U_0, снимаемое с клемм источника, частично падает на проводах и частично подается потребителю:

$$U_0 - nU_0 + U_R.$$

Ток на нагрузке R_n и в проводах один и тот же, так как R_n и провода соединены последовательно. Он может быть определен из соотношения:

$$N = IU_0;\ I = \frac{N}{U_0}. \quad (1.3.5)$$

«Потерю напряжения» в проводах можно найти по закону Ома для участка цепи:

$$U_1 = IR,$$

где R – сопротивление проводки.

По условию задачи «падение напряжения» в проводах составляет n процентов от напряжения, даваемого источником, т. е.

$$U_1 = nU_0 \text{ и } nU_0 = IR, \qquad (1.3.6)$$

Сопротивление проводов R может быть выражено через длину и сечение одного провода:

$$R = \rho\frac{2l}{S} \qquad (1.3.7)$$

(длина равна $2l$, так как для передачи мощности на расстояние l используются два провода).

Подставив соотношения (1.3.5) и (1.3.7) в (1.3.6), получим:

$$NU_0 = \frac{N}{U_0}\rho\frac{2l}{S},$$

откуда

$$S = \frac{N\rho 2l}{nU_0^2}.$$

Произведем расчет: $S = 8{,}5 \cdot 10^{-6}$ м^2.

Задача 8. С каким коэффициентом полезного действия работает свинцовый аккумулятор, ЭДС которого E = 2,15 В, если во внешней цепи с сопротивлением R = 0,25 Ом идет ток I = 5 А? Какую максимальную полезную мощность может дать аккумулятор во внешней цепи? Как при этом изменится его КПД?

Решение

По определению коэффициент полезного действия η есть отношение полезной мощности ко всей мощности, выделяемой аккумулятором:

$$\eta = \frac{UI}{EI} = \frac{U}{E} = \frac{E - Ir}{E}, \qquad (1.3.8)$$

где U – разность потенциалов на полюсах батареи.

Максимальную полезную мощность (мощность, выделяемую на внешнем сопротивлении) источник дает в том случае, когда его внутреннее сопротивление r равно сопротивлению внешнего участка R_1:

$$R_1 = r = \frac{U}{I} = \frac{E - Ir}{I} \qquad (1.3.9)$$

При таком сопротивлении ток в цепи равен:

$$I_1 = \frac{E}{R_1 + r} = \frac{E}{2r} \qquad (1.3.10)$$

Следовательно,

$$N_{макс} = I_1 U_1 = I_1(E - I_1 r),$$

Используя уравнения (1.3.9) и (1.3.10), получаем:

$$N_{макс} = \frac{E^2}{4r} = \frac{E^2 I}{4(E - IR)} \qquad (1.3.11)$$

При этом коэффициент полезного действия

$$\eta' = \frac{E - Ir}{E} = \frac{E - \frac{E}{2}}{E}.$$

Результаты расчета: η = 42%; $N_{макс}$ = 6,45 Вт; η' = 50%.

Индивидуальные задания

1.3.1. Имеются два одинаковых элемента с ЭДС $\varepsilon = 2\,В$ и внутренним сопротивлением $r = 0{,}3\,Ом$. Как надо соединить эти элементы (последовательно или параллельно), чтобы получить больший ток, если внешнее сопротивление: 1) $R = 0{,}2\,Ом$; 2) $R = 16\,Ом$? Найти ток I в каждом случае.

Ответ: $I_1 = \frac{2\varepsilon}{R + r}$; I_1 = 2,1А; $I_2 = \frac{\varepsilon}{R + 0{,}5r}$; I_2 = 0,12А

1.3.2. Даны два элемента с ЭДС $\varepsilon = 1{,}5\,В$ и внутренним сопротивлением $r = 0{,}2\,Ом$. Как нужно соединить эти элементы, чтобы получить от собранной батареи наибольшую силу тока во внешней цепи, имеющей сопротивление $R = 0{,}2\,Ом$? Определить максимальную силу тока.

Ответ: $I_1 = \frac{\varepsilon}{r}$; I_1 = 7,5 А; $I_2 = \frac{2\varepsilon}{r}$; I_2 = 15 А.

1.3.3. Определите суммарный импульс электронов в прямом проводе длиной l=500 м, по которому течет ток I=20 А.

Ответ: $P = \frac{mIl}{e}$; Р = 5,7·10^{-8} кг·м/с.

1.3.4. Два последовательно соединенных элемента с одинаковыми ЭДС $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 2\,В$ и внутренними сопротивлениями $r_1 = 1\,Ом$ и $r_2 = 1{,}5\,Ом$ замкнуты на внешнее сопротивление $R = 0{,}5\,Ом$. Найти разность потенциалов на зажимах каждого элемента.

Ответ: $I = \frac{2\varepsilon}{R + r_1 + r_2}$ = 1,3А; $U_2 = \varepsilon - Ir_1$ = 0,6 В

1.3.5. Вольтметр, включенный в сеть последовательно с сопротивлением R_1, показал напряжение $U_1 = 198\,В$, а при включении последовательно с сопротивлением $R_2 = 2R_1$ показал $U_2 = 180\,В$. Определите сопротивление R_1 и напряжение в сети, если сопротивление вольтметра $r = 900\,Ом$.

Ответ: $R_1 = \frac{(U_1 - U_2)r}{2U_2 - U_1}$; R_1 = 100 Ом; $U = U_1\left(\frac{R_1}{R} + 1\right)$; U =20 В.

1.3.6. Сопротивления резисторов R_1 и R_2 и ЭДС ε_1 и ε_2 источников тока в схеме на рисунке известны. При какой ЭДС ε_3 ток через резистор R_3 не течет.

Ответ: $\varepsilon_3 = \frac{\varepsilon_1 R_2 + \varepsilon_2 R_1}{R_1 + R_2}$.

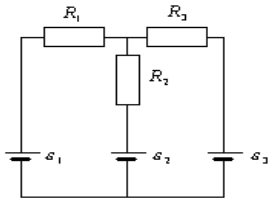


Рис. 3.1.3

1.3.7. Сила тока в проводнике сопротивлением R = 120 Ом равномерно возрастает от I_0 = 0 до $I_{мах}$ = 5 А за время t = 15 с. Определите количество Q, выделившееся за это время в проводнике.

Ответ: $Q = \frac{1}{3}R^2Rt^3$; Q = 15 кДж

1.3.8 Приборы соединены по схеме, показанной на рис. 3.1.4. Сопротивления вольтметров V_1 и V_2 очень велики. Как будут меняться показания вольтметров при изменении сопротивления R_2 от 0 до ∞? Ответ: при $R_2 \to 0$; $U_1 = U$; $U_2 = 0$; при $R_2 \to \infty$; $U_1 = 0$; $U_2 = U$.

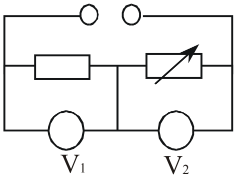


Рис. 3.1.4

Ответ: при $R_2 \to 0$; $U_1 = U$; $U_2 = 0$; при $R_2 \to \infty$; $U_1 = 0$; $U_2 = U$.

1.3.9. Чему равно общее сопротивление цепи между точками *A и B* (рис. 3.1.5)? Ответ: $R = \frac{7}{5}r$.

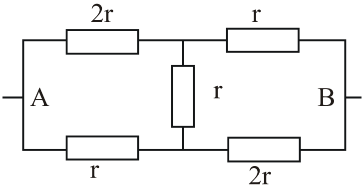


Рис. 3.1.5

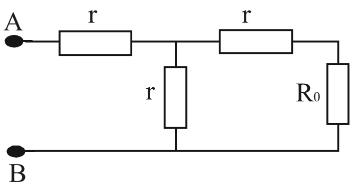


Рис. 3.1.6

1.3.10. Какими должны быть сопротивления *r* (рис.3.1.6), чтобы входное сопротивление между зажимами *A и B* было равно R_0? Сопротивление R_0 считать известным. Ответ: $r = \frac{R_0}{\sqrt{3}}$.

1.3.11. Проводник из вещества с удельным сопротивлением ρ имеет форму прямого усеченного конуса, высота которого *h,* а радиусы верхнего и нижнего оснований R_1 и R_2 $(R_1 < R_2)$. Определите сопротивление этого проводника между его основаниями.

Ответ: $R = \frac{\rho h}{\pi R_1 R_2}$

1.3.12. Определите сопротивление мотка медной проволоки сечением. $S = 0{,}1$ мм^2, масса мотка $m = 0{,}3$ кг. Ответ: $R = 57$ Ом

1.3.13. Как изменится сопротивление медной проволоки длиной *l,* если ее растянуть на 0,1%? Ответ: 0,17%

1.3.14. Из никелиновой ленты толщиной 0,2 мм и шириной 3 мм нужно изготовить реостат на 2,5 Ом. Какой длины нужно взять ленту и какое максимальное напряжение можно подать на этот реостат, если допустимая плотность тока для никелина $j = 0{,}2$ А/мм^2? Ответ: $l = 3{,}75$ м

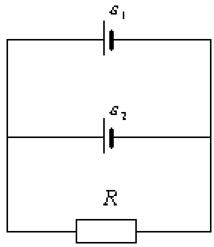
1.3.15. Какое количество электричества переносится, если ток убывает от 18 А до нуля, причем за каждые 0,01 с он убывает вдвое?

Ответ: $q = 0{,}26$ Кл.

1.3.16. В плоский конденсатор, расстояние между пластинами которого равно d = 5 мм, вдвигают стеклянную пластинку (ε = 7) с постоянной скоростью υ = 50 мм/с. Напряжение источника, заряжающего конденсатор $U = 220$ В, ширина пластины b = 4,5 мм. Определить силу тока, текущего в цепи придвижении пластины.

Ответ: $I = \frac{6\varepsilon_0 SUV}{d}$; $I = 0{,}13$ мкА.

1.3.17. Два параллельно соединенных элемента с одинаковыми ЭДС $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 2\,В$ и внутренними сопротивлениями $r_1 = 1\,Ом$ и $r_2 = 1{,}5\,Ом$ замкнуты на внешнее сопротивление $R = 1{,}4\,Ом$. Найти ток I в каждом из элементов и во всей цепи. Ответ: $I = \dfrac{\varepsilon}{R+r}$; I = 1А; $I_1 = \dfrac{Jr_1}{r_1 + r_2}$; I_1= 0,4 А; I_2 = 0,6 А.



1.3.18. К элементу с ЭДС $\varepsilon = 1{,}5\,В$ присоединили катушку с сопротивлением $R = 0{,}1\,Ом$. Амперметр показал силу тока, равную $I_1 = 0{,}5\,А$. Когда к элементу присоединили последовательно еще один элемент с такой же ЭДС, то сила тока в той же катушке оказалась $I_2 = 0{,}4\,А$. Определить внутреннее сопротивление первого и второго элементов. Ответ: $r_1 = \varepsilon - I_1R_1$; r_1 = 2,9 Ом; $r_2 = \dfrac{2\varepsilon - I_2R - I_2r_1}{I_2}$; r_2 = 4,5 Ом.

1.3.19. Два источника тока с ЭДС $\varepsilon_1 = 2\,В$ и $\varepsilon_2 = 1{,}5\,В$ и внутренними сопротивлениями $r_1 = 0{,}5\,Ом$ и $r_2 = 0{,}4\,Ом$ включены параллельно сопротивлению $R = 2\,Ом$. Определить силу тока через это сопротивление. Ответ: $I = \dfrac{\varepsilon_1 r_2 + \varepsilon_2 r_1}{r_1 r_2 - Rr_2 + Rr_1}$; I = 0,77 Ом.

1.3.20. Определите работу тока на участке, не содержащем источников и имеющем сопротивление R = 12 Ом, если ток в течение t = 5 с равномерно увеличивался от I_1 = 2 А до I_2 = 10 А? Ответ: 2480 Дж

1.3.21. По алюминиевому проводу сечением S = 0,2 мм течет ток I = 0,2 А. Определите силу, действующую на отдельные свободные электроны со стороны электрического поля.

Ответ: $F = e\dfrac{I\rho}{S}$; $F = 4{,}6\cdot 10^{-21}$Н

1.3.22. Через лампу накаливания течет ток I = 0,6 А. Температура вольфрамовой нити диаметром d = 0,1 мм, равна 220ºС. Ток подводится медным проводом S = 6 мм^2. Определите напряженность электрического поля в вольфраме, в меди.

Ответ: $E_1 = \dfrac{4I\rho_0(1+\alpha t)}{\pi d^2}$; E_1 = 45,8 В/м; $E_2 = \dfrac{I\rho}{S}$; E_2 = 1,7 мВ/м.

1.3.23. Определите плотность тока j, если за 2 секунды через проводник сечением S = 1,6 мм^2 прошло $2\cdot10^9$ электронов.

Ответ: $j=\dfrac{Ne}{St}$; j = 1А/мм^2

1.3.24. По медному проводнику S = 0,8 мм^2 течет ток 0,8 А. Найдите среднюю скорость упорядоченного движения электронов вдоль проводника, считая, что на каждый атом меди приходится один свободный электрон. Ответ: $\langle\upsilon\rangle=\dfrac{\mu_0 I}{N_a\rho e S}$; $\langle\upsilon\rangle$ = 7,4 мкм/с

1.3.25. Сила тока в проводнике равномерно нарастает от нуля до двух ампер нарастает в течение t = 5 с. Определите заряд, прошедший по проводнику. Ответ: $q=\dfrac{It}{2}$; q = 5 Кл

1.3.26. Определите силу тока в прямом проводе, длиной 500 м, если суммарный импульс электронов $p=5{,}7\cdot10^{-8}$ кг·м/с. Ответ: $I=\dfrac{pe}{ml}$; I = 20 А

1.3.27. Сила тока в металлическом проводнике $I=0{,}8\,A$, сечение проводника $S=4\,мм^2$. Принимая, что в каждом кубическом сантиметре металла содержится $2{,}5\cdot10^{22}$ свободных электронов, определить среднюю скорость их упорядоченного движения.

Ответ: $\langle\upsilon\rangle=\dfrac{I}{Sne}$; $\langle\upsilon\rangle=0{,}53\cdot10^7$ ì /ñ.

1.3.28. В цепи на рисунке амперметр показывает силу тока $I=1{,}5\,A$. Сила тока через сопротивление R_1 равна $I_1=0{,}5\,A$. Сопротивление $R_2=2\,Ом$, $R_3=6\,Ом$. Определить сопротивление R_1, а также силу токов I_2 и I_3, протекающих через сопротивления R_2 и R_3. Ответ: $R_1=\dfrac{(I-I_1)R_2\cdot R_3}{I_1(R_2+R_3)}$; R_1 = 3 Ом; $I_1=\dfrac{I_1R_1}{R_2}$; I_2 = 0,75 А; I_3 = 0,25 А.

1.3.29. В проводнике при равномерном возрастании силы тока от $I_1=1\,A$ до $I_2=2\,A$ за время $t=10\,c$ выделилось количество теплоты $Q=5\,кДж$. Найти сопротивление проводника. Ответ: $R=\dfrac{3Q}{(I_2-I_1)^2 t}$; R = 5·10^2 Ом

1.3.30. В медном проводнике длиной $l=2\,м$ и площадью поперечного сечения $S=0{,}4\,мм^2$ идет ток. При этом мощность, выделяющаяся в проводнике $P=0{,}35$ Вт. Сколько электронов проходит ежесекундно через поперечное сечение проводника? Ответ: $N=\dfrac{1}{e}\sqrt{\dfrac{ps}{\rho l}}$.

II. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

2.1. Магнитное поле в вакууме

Справочные сведения

Сила, действующая на элемент тока $I\overrightarrow{dl}$, помещенный в магнитное поле с индукцией $\vec{B}$, равна:

$$d\vec{F} = [d\vec{l}\vec{B}].$$

На контур с током, помещенный в магнитное поле, действует вращающий момент:

$$\vec{M} = [\vec{P}_M \vec{B}],$$

где $\vec{P}_M = IS\vec{n}_0$ – магнитный момент контура с током,

$\vec{n}_0$ – единичный вектор, перпендикулярный к контуру,

S – площадь, охватываемая контуром,

I – ток в контуре.

Работа силы Ампера при перемещении проводника с током в магнитном поле равна:

$$dA = Id\Phi,$$

где $d\Phi$ – магнитный поток, пересекаемый проводником с током. Магнитный поток через элементарную площадку *dS:*

$$d\vec{\Phi} = (\vec{B}d\vec{S})$$

Напряженность магнитного поля:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0\mu},$$

где $\mu_0 = 4\pi \bullet 10^{-7}\ \frac{\text{Ã}}{\text{Ì}}$ магнитная постоянная,

μ – магнитная проницаемость среды

Закон Био-Савара-Лапласа

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{1}{r^3}[d\vec{l}\vec{r}],$$

где $I\overrightarrow{dl}$ – элемент тока,

$\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный от элемента проводника к точке, в которой определяется индукция магнитного поля.

Индукция точки поля, созданного проводником с током:

$$\vec{B} = \sum \overrightarrow{dB_i}.$$

а) Индукция магнитного поля прямого проводника с током конечной длины в произвольной точке *A* равна:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I}{r_0}(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2).$$

Для бесконечно длинного прямого проводника с током

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r_0}.$$

б) Индукция магнитного поля в центре кругового тока радиусом *R:*

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2R} = \frac{\mu\mu_0 P_M}{2\pi R^3}.$$

Индукция магнитного поля в точке, лежащей на оси кругового тока на расстоянии *h* от его центра:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2}\frac{IR^2}{(R^2 + h^2)^{3/2}} = \frac{\mu\mu_0 P_M}{2\pi (R^2 + h^2)^{3/2}}.$$

в) Индукция магнитного поля в точке, лежащей на оси соленоида:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2} nI(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1)$$

(здесь *n* – число витков, приходящихся на единицу длины соленоида, a_2, a_1 – углы, образованные положительным направлением оси соленоида (по направлению вектора $\vec{B}$ в соленоиде) и прямыми от исследуемой точки до концов соленоида).

Для бесконечно длинного соленоида

$$B = \mu\mu_0 nl.$$

Закон полного тока. Циркуляция вектора напряженности $\vec{H}$ вдоль замкнутого контура равна алгебраической сумме постоянных токов, охватываемых этим контуром:

$$\oint_L (\vec{H}\,\vec{dl}) = \sum_{i=1} I_i.$$

Полная сила Лоренца:

$$\vec{F}_Л = q\vec{E} + q[\vec{v}\vec{B}].$$

Магнитная сила Лоренца, действующая на заряд, движущийся в магнитном поле с индукцией $\vec{B}$:

$$\vec{F} = q\,[redacted]\vec{B}.$$

ЭДС Холла, возникающая на гранях пластины, по которой идет ток, находящийся в магнитном поле:

$$E_H = \frac{IB_n}{S} h \frac{I}{ne} = \frac{IB_n}{S} hR_H,$$

где B_n – индукция поля, нормального току;

$S = ah;$ $R_H = \dfrac{1}{ne}$ – постоянная Холла,

n – концентрация свободных носителей заряда

Индуктивность катушки:

$$L = k\mu_0\mu\frac{N^2}{l}S,$$

где N – число витков обмотки,

l – длина катушки,

S – площадь сечения катушки,

μ – относительная магнитная проницаемость вещества, заполняющего катушку.

При наличии в цепи двух катушек с индуктивностями L_1 и L_2 и взаимной индуктивностью M общая индуктивность системы равна:

$$L = L_1 + L_2 \pm 2M$$

где $M = K\sqrt{L_1 L_2}$,

K – коэффициент связи. (Знак «+» берется, если поля одинаково направлены.)

Энергия магнитного поля:

$$W_N = \frac{1}{2}LI^2.$$

Плотность энергий магнитного поля:

$$\omega_M = \frac{W_M}{V} = \frac{1}{2}\mu_0\mu H^2 = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0\mu} = \frac{1}{2}BH.$$

Коэффициент взаимной индукции двух катушек (для частного случая, когда две катушки надеты на общий магнитопровод):

$$M = \mu_0\mu n_1 n_2 lS.$$

(Здесь n_1 и n_2 – плотности намоток катушек – число витков на единицу длины.)

Подъемная сила электромагнита:

$$F = \frac{1}{2} B^2 \frac{S}{\mu_0},$$

где S – площадь магнитопровода.

Установившийся ток в цепи с индуктивностью и с сопротивлением:

$$i = \frac{E}{R}\left[1 - \exp\left(-\frac{R}{L}t\right)\right],$$

где t – время, прошедшее с момента замыкания цепи,

$\frac{L}{R}$ – время релаксации.

Ток в цепи с катушкой и сопротивлением при размыкании изменяется по закону:

$$i = I_{макс} exp\left(-\frac{R}{L}t\right),$$

где $\frac{L}{R}$ – время релаксации.

Намагниченность магнетика – магнитный момент единицы объема:

$$I = \frac{x}{\mu_0} B_0,$$

где x – магнитная восприимчивость вещества (величина безразмерная), B_0 – индукция внешнего магнитного поля, μ_0 = 4π•$^{10-7}$ Гн/м – магнитная постоянная.

Полная индукция в веществе, находящемся в магнитном поле с индукцией $\vec{B}_0$:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 (1 + x) = \vec{B}_0 \mu,$$

где $1 + x = \mu$ – относительная магнитная проницаемость.

Примеры решения задач

Задачи настоящего параграфа охватывают следующие темы: а) нахождение поля по заданной конфигурации токов методом суперпозиции и с помощью закона полного тока; б) действие магнитного поля на ток и на движущийся заряд; в) работа сил магнитного поля.

За исходное явление при изучении электромагнетизма следует считать взаимодействие токов и, следовательно, в качестве силовой характеристики магнитного поля берется индукция $\vec{B}$ поля.

При нахождении индукции магнитного поля методом суперпозиции с использованием либо непосредственно закона Био-Савара-Лапласа, либо из формул, выведенных ранее из этого закона; следует помнить, что этот закон справедлив только для линейных токов, т.е. для проводников, поперечные размеры которых пренебрежимо малы по сравнению с расстоянием от проводника до заданной точки поля. Отсутствие каких-либо данных о поперечных сечениях проводников в условии задачи является неявным указанием на линейность тока. При использовании закона полного тока так же, как и теоремы Гаусса, надо знать, какие выводы делаются на основании симметрии токов. Существенно, что в законе полного тока фигурирует индукция результирующего поля, создаваемого всеми токами, поэтому, применяя этот закон, следует тщательно анализировать конфигурацию токов, создающих поле, не забывая о подводящих проводах.

Решение задач о движении заряженных частиц в электрическом и магнитном полях основано на составлении уравнения динамики материальной точки с учетом сил, действующих на заряженную частицу со стороны магнитного и электрического поля. В некоторых задачах к уравнению динамики необходимо добавить кинематические уравнения.

*Задача 1***.** Бесконечно длинный прямой проводник, обтекаемый током I=5А, согнут под прямым углом. Найти индукцию магнитного поля в точках A и C, находящихся на биссектрисе угла, и в точке D на продолжении одной из его сторон. Расстояние от вершины угла до каждой из точек r = 10 см.

Решение

В любой точке K индукция магнитного поля может быть найдена как векторная сумма индукций магнитных полей, созданных токами, протекающими по вертикальной *1* и горизонтальной *2* частям провода, т.е.

$$\vec{B}_{\text{к}} = \vec{B}_{1\text{к}} + \vec{B}_{2\text{к}}.$$

Используем формулу поля конечного прямого тока

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos a_1 - \cos a_2),$$

где a – расстояние от рассматриваемой точки M поля до проводника с током, a_1, a_2 – углы, образованные радиус-векторами, проведенными из начала и из конца проводника к этой точке, и направлением тока. Оговорка в условии относительно бесконечной длины проводника позволяет пренебречь полем, создаваемым подводящими проводами, идущими к источнику.

Рассмотрим сначала точку A:
для первого проводника a_1=0; a_2=135°;
для второго проводника a_1=45°; a_2=π.

Расстояние от точки A до каждого из проводников $a=r\cos 45°$.

Подставляя полученные значения углов в формулу, находим

$$B_{1A}= B_{2A}= \frac{\mu_0 l}{2\pi r\sqrt{2}}\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right).$$

Векторы индукции полей, создаваемых проводниками *1* и *2* в точке A, направлены перпендикулярно плоскости рисунка «от нас».

Следовательно,

$$B_A = B_{1A} + B_{2A}= \frac{\mu_0 l}{\pi r\sqrt{2}}\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 2{,}4\ 10^{-5}\ \text{Тл}.$$

В точке C:
для первого проводника a''_1=0; a''_2=45°;
для второго проводника a''_1= 135 °; a''_2=π;
векторы индукции $\vec{B}_{1C}$ и $\vec{B}_{2C}$ по-прежнему направлены в одну сторону, перпендикулярно плоскости рисунка «на нас».

Получим окончательный ответ:

$$B_C = B_{C1} + B_{C2}= \frac{\mu_0 l}{\pi r\sqrt{2}}\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 0{,}4\ 10^{-5}\ \text{Тл}.$$

В точке D проводник l не создает поля, так как эта точка лежит на его продолжении.

Задача 2. К тонкому однородному проволочному кольцу радиуса ρ подводят ток l. Найти индукцию магнитного поля в центре кольца, если подводящие провода, делящие кольцо на две дуги длиной l_1 и l_2, расположены радиально и бесконечно длинны.

Решение

Вследствие радиального расположения подводящие провода не будут создавать поля в центре кольца, а условие «бесконечной длины» позволяет пренебречь полем, создаваемой той частью провода, которая подходит к источнику. Поэтому индукция магнитного поля в центре кольца

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_{2к}. \tag{3.1.1}$$

где $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ – векторы индукции магнитных полей, созданных соответственно дугами l_1 и l_2. Ток I в кольце разветвляется на токи i_1 и i_2 и, направленные в противоположные стороны, и, соответственно, векторы $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ будут направлены в разные стороны. Поэтому векторное равенство (3.1.1) можно заменить скалярным:

$$B=B_1-B_2. \qquad (3.1.2)$$

Для нахождения B_1 *и* B_2 применим закон Био-Савара-Лапласа:

$$dB=\mu_0\frac{idl\sin \vec{dl},\vec{r}_0}{4\pi r^2}. \qquad (3.1.3)$$

Интегрируя выражение (3.1.3) по дугам l_1 и l_2 и учитывая, что для любого элемента dl угол $\vec{dl}\ ,\vec{r}_0=\frac{\pi}{2}$, $r=\rho$, получаем

$$\left.\begin{aligned} B_1 &= \frac{\mu_0 i_1 l_1}{4\pi\rho^2} \\ B_2 &= \frac{\mu_0 i_{21} l_1}{4\pi\rho^2} \end{aligned}\right\} \qquad (3.1.4)$$

Подставляя выражения (3.1.4) в равенство (3.1.2), находим

$$B=\frac{\mu_0}{\rho^2 4\pi}(i_1l_1-i_2l_2).$$

Токи i_1 и i_2 параллельны и, следовательно, обратно пропорциональны сопротивлениям дуг, т.е. обратно пропорциональны их длинам:

$$\frac{i_1}{i_2}=\frac{l_2}{l_1},$$

откуда $i_1l_1 = i_2l_2$, и искомая индукция

$$B = 0.$$

Можно показать, что из выражения (3.1.4) при замене длины дуги длиной окружности $l=2\pi\rho$ получается известная формула индукции поля в центре витка:

$$B=\frac{\mu_0 i}{2\rho}.$$

Задача 3. При каком соотношении между длиной l и диаметром D соленоида поле в центре его можно рассчитывать по формуле бесконечно длинного соленоида, чтобы ошибка расчета не превышала 1%?

Решение

Эта задача носит расчетный характер, в ней устанавливаются пределы применимости понятия бесконечно длинного соленоида. Необходимо отметить что формулы индукции магнитного поля $B_{расч}$ в центре бесконечно длинного соленоида и индукции B в центре конечного соленоида выведены в предположении сплошного «наката» тока, т.е. в предположении, что витки расположены вплотную друг к другу и плоскость каждого из них перпендикулярна оси соленоида.

Индукция поля в центре бесконечно длинного соленоида

$$B_{расч} = \mu_0 \mathrm{l}\, n, \qquad (3.1.5)$$

где n – число витков, приходящихся на единицу длины.

В центре конечного соленоида индукция

$$B = ½\mu_0\, l\, n\, (\cos a_1 - \cos a_2), \qquad (3.1.6)$$

Легко видеть, что

$$\cos \mathrm{a}_1 = -\cos \mathrm{a}_2 = \frac{1}{\sqrt{l^2 + D^2}}\,. \qquad (3.1.7)$$

Вынося в выражении (3.1.7) l за знак радикала, получаем

$$\cos \mathrm{a}_1 = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{D^2}{l^2}}} = 1 - \frac{D^2}{2l^2}\,, \qquad (3.1.8)$$

при этом учитывается, что $\frac{D^2}{l^2} \le 1$.

Таким образом, поле в центре данного соленоида

$$B = \mu_0\, l\, n(1 - \frac{D^2}{2l^2}). \qquad (3.1.9)$$

По условию задачи относительная ошибка, сделанная при расчете поля по формуле (3.1.5), не должна превышать 1%.

Следовательно,

$$\delta B = \frac{B_{ðàñ÷} - B}{B_{ðàñ÷}} \le 0{,}01.$$

Подставляя сюда выражения (3.1.5) и (3.1.9), находим

$$\frac{D^2}{2l^2} \le 0{,}01. \text{ Отсюда } \frac{l}{D} \ge 7.$$

Задача 4. В однородном магнитном поле, индукция которого B, в плоскости, перпендикулярной линиям индукции, расположены два проводника длиной l каждый, обтекаемый током i. Первый проводник прямой, второй согнут в форме полукольца. Найти силы, действующие на каждый проводник со стороны магнитного поля. Поле направлено перпендикулярно плоскости (от нас).

Решение

По формуле Ампера сила, действующая на элемент dl проводника,

$$d\vec{F} = i\,[d\vec{l}\,\vec{B}].$$

В данном случае угол между элементом тока и магнитным полем для обоих проводников во всех точках равен $\pi/2$. Поэтому формула Ампера может быть записана в виде

$$d\vec{F} = idl\vec{B}. \tag{3.1.10}$$

1. Силы, действующие на каждый элемент первого проводника, параллельны между собой и направлены перпендикулярно поверхности проводника. Параллельность всех элементарных сил позволяет написать выражение для результирующей силы с учетом равенства (3.1.10)

$$\vec{F}_1 = \int_l d\vec{F} = \int_l idl\vec{B}.$$

Интеграл следует брать по всему проводнику l. Вынося за знак интеграла постоянные сомножители B и i, получаем

$$\vec{F}_1 = i\vec{B}\int_l dl = i\vec{B}l \tag{3.1.11}$$

2. Для второго проводника все элементарные силы направлены в разные стороны, и следует отдельно искать проекцию результирующей силы на оси x и y:

$$\left.\begin{aligned} F_x &= \int_l dF_x, \\ F_y &= \int_l dF_y \end{aligned}\right\} \tag{3.1.12}$$

Здесь dF_x и dF – проекции элементарных сил соответственно на оси x и y. Интегрирование проводится по всему проводнику l.

$$\left.\begin{aligned} dF_x &= dF\sin\alpha, \\ dF_y &= dF\cos\alpha \end{aligned}\right\} \tag{3.1.14}$$

При переходе от одного элемента полукольца к другому угол a меняется, причем его предельные значения равны $\pm\frac{\pi}{2}$.

Чтобы провести интегрирование выражений (3.1.12), элемент дуги dl надо выразить через приращение угла a:

$$dl = r_0\, da.$$

Подставляя выражения (3.1.10) и (3.1.14) в формулы (3.1.10) и производя интегрирование в указанных пределах, получаем

$$F_x = iBr_0 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \sin a\, da = 0;$$

$$F_y = iBr_0 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \cos a\, da = 2\, iBr_0.$$

Выражая радиус полукольца через его длину и учитывая, что $F_x = 0$, находим

$$F_{11} = 2\, iB\frac{l}{\pi}.$$

Тот факт, что результирующая сила будет направлена вдоль оси y и что она окажется меньше, чем для прямого проводника, можно было предсказать из качественного анализа.

Выражения для F_1 и F_{11} справедливы в любой системе единиц.

Задача 5. Электрон, обладающий энергией W=10^3 *эВ*, влетает в однородное электрическое поле E=800 В/*см* перпендикулярно силовым линиям поля. Каковы должны быть направление и величина индукции магнитного поля, чтобы электрон не испытывал отклонений?

Решение

По условию задачи силы, действующие на электрон со стороны электрического и магнитного полей, должны быть направлены в противоположные стороны и равны по величине, т.е.

$$-\vec{F}_э = \vec{F}_м.$$

Сила $\vec{F}_э = e\vec{E}$; она направлена против вектора $\vec{E}$. Следовательно, сила

$\vec{F}_м = e[vB]$ должна быть параллельна силовым линиям электрического поля. Применяя правило левой руки, но направляя согласно этому правилу вытянутые пальцы против скорости электрона (заряд электрона отрицателен и векторное произведение [vB] направлено против силы $\vec{F}_м$), находим, что магнитное поле должно быть перпендикулярно плоскости рисунка и направлено «от нас».

Найдем теперь индукцию магнитного поля. Так как $\vec{F}_м=evB$ (v, $\vec{B}=\frac{\pi}{2}$) и $F_э=eE$, то $evB= eE$. Отсюда $B=\frac{E}{v}$. Скорость электрона $v=\sqrt{\frac{2W}{m_э}}$.

Здесь $m_э=9\cdot 10^{-31}$ *кг* – масса электрона, $W=10^3$ *эВ* = $1{,}6\cdot 10^{-16}$ Дж (по условию). Таким образом,

$$B=E\sqrt{\frac{m_э}{2W}}=4{,}2\cdot 10^{-3}\ Тл.$$

Задача 5. В одной плоскости с бесконечно длинным прямым током I=20*а* на расстоянии x_0=1 *см* находятся две шины, параллельные току I. По шинам поступательно перемещается проводник длиной l=0,5 *м*. Скорость его υ=3 *м/сек*, постоянна и направлена вдоль шин. Найти разность потенциалов, возникающую на концах проводника.

Решение

Рассмотрим небольшой участок dx проводника l. Как обычно, будем считать dx настолько малым, что в его пределах поле будет постоянным. Тогда разность потенциалов на таком участке равна

$$d\varphi=B\,dx\cdot\upsilon$$

Здесь B – индукция поля, создаваемого током I на участке dx. Интегрируя полученное выражение по всей длине движущегося проводника, найдем искомую разность потенциалов.

Если обозначить через x расстояние от прямого тока до рассматриваемого участка, то индукция поля на рассматриваемом участке dx:

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

и

$$d\varphi=\frac{\mu_0 I}{2\pi x}\cdot dx\cdot\upsilon.$$

При суммировании по всему проводнику l расстояние x будет меняться от x_0 до x_0+l. Тогда

$$\varphi_1-\varphi_2=\int_1^2 d\varphi=\frac{\mu_0}{2\pi}I\upsilon\int_{x_0}^{x_0+l}\frac{dx}{x}.$$

Производя интегрирование, получаем

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\mu_0}{2\pi} I\upsilon \ln\frac{x_0 + l}{x_0} = 4{,}7\cdot10^{-5} B.$$

Задача 6. Медный провод сечением S = 2 мм^2, согнутый в виде трех сторон квадрата, может вращаться относительно горизонтальной оси. Провод находится в однородном магнитном поле, направленном вертикально. Когда по проводу течет ток I = 10 А, провод отклоняется на угол a= 15°. Определите индукцию магнитного поля.

Решение

Изогнутый проводник, повернувшись при включении тока на угол a, остается в равновесии. Следовательно, сумма моментов сил, действующих на него, равна нулю. Проводник с током находится в магнитном поле и поле тяготения Земли, поэтому на каждую из трех, его частей действует сила Ампера и сила тяжести.

Рассмотрим движение проводника относительно неподвижного наблюдателя в системе координат с осью x, направленной по оси вращения, и осью y, направленной вертикально и проходящей через середину проводника, расположенного перпендикулярно полю, когда по нему не течет ток. Определим силу Ампера, действующую на эту часть проводника. Учитывая, что $\vec{B}$ и элемент тока $I\vec{l}$ взаимно перпендикулярны, получим для силы Ампера значение

$$F=IlB.$$

Момент этой силы, действующий на проводник относительно оси, равен:

$$\vec{M}_1 = \left[\vec{R}_1 \vec{F}_1\right],$$

где $\vec{R}_1$ – радиус-вектор, проведенный от оси вращения до точки приложения силы. Расстояние от оси вращения до точки приложения силы равно $R_1=l$, угол между радиус-вектором $\vec{R}_1$ и силой $\vec{F}_1$

$$\varphi_1 = -\left(\frac{\pi}{2} - a\right).$$

Проекция момента силы Ампера на ось x равна:

$$M_1 = -Fl\sin\left(\frac{\pi}{2} - a\right).$$

На проводник в поде тяготения Земли действует сила тяжести

$$P = 31SDg.$$

Эта сила приложена к центру масс. Для определения радиус-вектора $\vec{R}_2$ этой силы найдем положение центра масс. В выбранной системе координат координаты центра масс равны соответственно

$$X_0=0 \text{ и } Y_0=\frac{2m\frac{l}{2}+ml}{3m}=\frac{2}{3}l.$$

Следовательно, расстояние от оси вращения до точки приложения силы тяжести $R_2=\frac{2}{3}l,$ угол между радиус-вектором $\vec{R}_2$ и направлением силы $\vec{P}\varphi_2=a$.

Проекция момента силы тяжести на ось x

$$M_2=P\cdot\frac{2}{3}l\sin a=2\cdot l^2SDg\sin a.$$

Сумма проекций моментов сил на ось x при равновесии должна быть равна нулю. Следовательно:

$$B=\frac{2SDg}{I}tga.$$

Вычисления дают: $B = 9{,}3\cdot10^{-3}$ Тл.

Задача 7. По трем длинным проводам, расположенным в одной плоскости параллельно друг другу на расстоянии 3 см, текут токи $I_1=I_2$ и $I_3=-(I_1+I_2)$. Определите положение прямой, в точках которой напряженность поля, создаваемого токами, равна нулю.

Решение

Предположим, что все три проводника расположены последовательно друг за другом: I_1, I_2, I_3 Тогда точка, в которой напряженность магнитного поля, создаваемого тремя токами, будет равна нулю, должна находиться между проводами с токами I_1 и I_2. Причем это будет не одна точка, а целое семейство точек, расположенных на прямой, параллельной проводникам с токами I_1, I_2, I_3 и находящейся с ними в одной плоскости.

Найдем положение этой прямой и ее расстояние от тока I_1. Так как длина проводников достаточно велика по сравнению с расстояниями a и x, то

$$H_1=\frac{I}{2\pi x};\ H_2=\frac{I}{2\pi(a-x)};\ H_3=\frac{2I}{2\pi(2a-x)}.$$

Для напряженности магнитного поля справедлив принцип суперпозиции:

$$\vec{H}_A = \vec{H}_1 + \vec{H}_2 + \vec{H}_3$$

Напряженности $\vec{H}_1$ и $\vec{H}_3$ направлены вертикально вниз, а $\vec{H}_2$ – вверх, поэтому $H_A = H_1 + H_3 - H_2$.

По условию $H_A = 0$, значит,

$$\frac{1}{2\pi x} + \frac{2I}{2\pi(a-x)} = \frac{I}{2\pi(a-x)}.$$

Решив это уравнение относительно x, получим x = 2 см. Таким образом, прямая, в точках которой напряженность магнитного поля равна нулю, расположена на расстоянии 2 см от тока I_1 и 1 см от тока I_2.

Задача 8. По тороидальной катушке с числом витков N = 1000 течет ток 5А. Средний диаметр катушки d = 40 см, радиус витков r = 5 см. Определите напряженность магнитного поля в точках, находящихся от центра тороида на расстояниях a_1 = 5 см, a_2 = = 20 см и a_3 = 23 см.

Решение

Воспользуемся теоремой о циркуляции вектора напряженности магнитного поля. В качестве контуров интегрирования возьмем окружности с центрами в центре тороида и радиусами, равными расстоянию от центра тороида до заданных точек.

Точка *I* находится на расстоянии 5 см от центра тороида. Окружность, проведенная через эту точку, не будет охватывать тока, поэтому

$$H_1=0.$$

Точка 2 лежит на окружности, радиус которой равен среднему радиусу тороида ($2a_2 = d$). Плоскость, охватываемую этим контуром, пересекают N витков с током I, следовательно,

$$\oint_L H dl = NI.$$

Откуда

$$H_2 = \frac{NI}{\pi d}.$$

Точка 3 лежит внутри тороида, то находится на расстоянии

$$a_3 > a_{.2}.$$

Проведя рассуждения, аналогичные предыдущим, получим:

$$H_3 = \frac{NI}{2\pi a_3}.$$

При заданных размерах катушки поле внутри тороида не будет однородным. Оно максимально у внутренней стороны обмотки и уменьшается по мере приближения к наружной стороне обмотки.

Проведем расчет:

$$H_2 = 4 \cdot 10^3 \text{ А/м}; H_3 = 3{,}46\text{-}10^3 \text{ А/м}.$$

Задача 9. Электрон, имеющий скорость $8 \cdot 10^8$ см/с, влетает в однородное магнитное поле с индукцией B = $3{,}14 \cdot 10^{-2}$ Тл под углом 30° к ее направлению. Определите радиус и шаг винтовой линии, по которой будет двигаться электрон.

Решение

Разложим скорость электрона на две составляющие: параллельную линиям индукции и перпендикулярную им:

$$\vec{\upsilon}_1 = \vec{\upsilon} \cos a,$$

$$\vec{\upsilon}_2 = \vec{\upsilon} \sin a.$$

Благодаря наличию составляющей скорости $\vec{\upsilon}_2$ на электрон действует сила Лоренца, поэтому он движется по окружности, лежащей в плоскости, перпендикулярной магнитному полю. Радиус этой окружности определяется условием

$$\frac{m\upsilon_2^2}{R} = e\upsilon_2 B,$$

так как сила Лоренца является центростремительной силой. Отсюда

$$R = \frac{\upsilon_2}{\frac{e}{m}B} = \frac{\upsilon \sin a}{\frac{e}{m}B}.$$

Вдоль направления вектора $\vec{B}$ сила не действует, поэтому частица движется равномерно со скоростью

$$\upsilon_1 = \upsilon \cos a.$$

В результате сложения двух движений электрон движется по винтовой линии радиусом R и шагом винта h:

$$h = \upsilon_1 T,$$

где T – период движения по окружности:

$T = \dfrac{2\pi R}{\upsilon_2}$. Учитывая полученные соотношения получаем:

$$h = \frac{2\pi\upsilon \cos a}{\frac{e}{m}B}.$$

Вычисления дают:

$$R = 0{,}07 \text{ м}; \ h = 0{,}79 \text{ м}.$$

Задача 10. В цилиндрическом магнетроне анод представляет металлический цилиндр радиусом b = 1 см, а катод – металлическую нить радиусом $a \ll b$, расположенную по оси цилиндра. Постепенно увеличивая индукцию магнитного поля, направленного вдоль оси цилиндра, добились того, что при анодном напряжении U_a = 100 В и индукции $B = 6{,}7 \cdot 10^{-3}$ Тл анодный ток стал равен нулю. Какое значение удельного заряда получается по результатам этого опыта?

Решение

Электроны не достигают анода при индукции поля $B \geq B_{кр}$. Так как по условию задачи индукция B, при которой ток отсутствует, наименьшая, то $B = B_{кр}$.

Траектория одного из электронов при $B = B_{кр}$ касается поверхности анода.

Радиус кривизны траектории электрона (окружности)

$$R = \frac{b}{2},$$

Сила Лоренца является центростремительной силой:

$$e\upsilon B = \frac{m\upsilon^2}{R}.$$

Электроны приобретают энергию за счет работы сил электрического поля, т.е.

$$\frac{m\upsilon^2}{2} = eU_a.$$

Решая совместно уравнения, получаем:

$$\frac{e}{m} = \frac{8U_a}{b^2 B^2}.$$

Подстановка данных задачи дает:

$$\frac{e}{m} = 1{,}76 \cdot 10^{11} \text{ Êë/êã}.$$

Задача 11. Двухпроводная линия состоит из двух медных проводов радиусом a = 1 мм. Расстояние между осями проводов d = 5 см. Определите индуктивность единицы длины такой линии.

Решение

Вычислим магнитный поток через площадь, ограниченную осями проводов, для отрезка линии длиной 1 м.

В области $0 < x < a$ (внутри провода) напряженность поля (оно неоднородно):

$$H_1 = \frac{I}{2\pi\alpha^2} x.$$

Индукция в этой области $B_1 = \mu_0 \dfrac{1}{2\pi\alpha^2} x$.

Так как поле неоднородно, то найдем магнитный поток через элементарную площадку $dS = l \bullet dx$):

$$d\Phi = \mu_0 \frac{Il}{2\pi\alpha^2} xdx.$$

Тогда поток через площадку $S=la$ можно найти интегрированием:

$$\Phi_1 = \int_0^a \mu_0 \frac{l}{2\pi\alpha^2} xdx = \frac{\mu_0}{4\pi} Il.$$

В области $x > a$ напряженность поля

$$H_2 = \frac{I}{2\pi x},$$

а индукция $B_2 = \dfrac{I\mu_0}{2\pi x}$.

Значит, поток через остальную часть площади, создаваемый током, идущим по одному проводу, будет равен:

$$\Phi_2 = \int_a^d B_2 ds = \int_a^d \mu_0 \frac{I}{2\pi x} dx = \mu_0 \frac{I}{2\pi} \ln\frac{d}{a}.$$

Поток через всю площадь $S = ld$, создаваемый током, идущим по одному проводу, найдем суммированием:

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{1}{2} + \ln\frac{d}{a}\right)It.$$

Так как токи в проводах направлены противоположно, то направления полей, создаваемых обоими токами между осями проводов, одинаковы. Следовательно, полный поток, создаваемый токами, идущими по обоим проводам, будет в два раза больше потока, создаваемого током, идущим по одному проводу:

$$\Phi_{полн} = 2\Phi = \frac{\mu_0}{\pi}\left(\frac{1}{2} + \ln\frac{d}{a}\right)It.$$

Индуктивность системы $L = \frac{\Phi}{I}$, поэтому индуктивность единицы длины двухпроводной линии

$$L = \frac{\mu_0}{\pi}\left(\frac{1}{2} + \ln\frac{d}{a}\right).$$

Подставляя числовые данные, получаем

$$L = 1{,}76 \cdot 10^{-6}\ \text{Гн/ м}$$

Индивидуальные задания

2.1.1. Тонкое кольцо массой 10 г и радиусом $R = 8\,см$ несет заряд, равномерно распределенный с линейной плотностью $\tau = 10\,{}^{нКл}\!/\!_{м}$. Кольцо равномерно вращается с частотой $n = 15\,c^{-1}$ относительно оси, перпендикулярной плоскости кольца и проходящей через его центр. Определить: 1) магнитный момент p_m кругового кольца; 2) отношение магнитного момента к моменту импульса кольца.

Ответ: $p_m = 2\pi^2 R^3 n\tau$; p_m= 1,5 нА/м^2

2.1.2. Принимая, что электрон в атоме водорода движется по круговой орбите, определите отношение магнитного момента p_m эквивалентного кругового тока к моменту импульса L орбитального движения электрона. Ответ: $\frac{p_m}{L_1} = \frac{q}{2m}$ = 8,79·10^9 Кл/кг

2.1.3. По двум длинным параллельным проводам текут токи в одинаковых направлениях. $I_1=2I_2$. Расстояние между ними равно a. Определить положение точек, в которых магнитное поле равно нулю.

Ответ: $x = \frac{2}{3}a$.

2.1.4. Вычислить напряженность магнитного поля, создаваемого отрезком АВ прямолинейного проводника с током 20 А в точке С, расположенной на перпендикуляре к середине этого отрезка на расстоянии 5 см от него. Отрезок виден из точки С под углом 60˚.

Ответ: $H = \frac{I(\cos a_1 - \cos a_2)}{4\pi a}$; Н = 31,8 А/м.

2.1.5. Ток $I = 20\,A$, протекая по кольцу из медной проволоки сечением $S = 1\,мм^2$, создает в центре кольца напряженность магнитного поля $H = 178\,\grave{A}/\grave{\imath}$. Какая разность потенциалов U приложена к концам проволоки, образующей кольцо?

Ответ: $U = \frac{\pi \rho I^3}{SH}$; U = 0,12 В

2.1.6. По витку, имеющему форму квадрата со стороны а = 20 см, идет ток I = 5А. Определите напряженность магнитного поля в точке пересечения диагоналей и в одной из точек пересечения сторон.

Ответ: $H_1 = \frac{4I}{\pi a\sqrt{2}}$; H_1 = 22,6 А/м; $H_2 = \frac{I}{2\pi a\sqrt{2}}$; H_2 = 2,82 А/м.

2.1.7. По прямолинейному проводнику проходит ток I = 12 А. Определите напряженность магнитного поля в точке, равноудаленной от концов проводника длинной l и находящейся на расстоянии a = 8 см от оси проводника. Рассмотрите два случая: а) l= 20 см и б) $l >> a$

Ответ: а) 18,6 А/м; б) 23,8 А/м.

2.1.8. Какой силы ток протекает по кольцу из медной проволоки сечением 1 мм, если разность потенциалов на концах проволоки 0,12 В а напряженность магнитного поля в центре кольца 178 А/м?

Ответ: 20А.

2.1.9. Прямой бесконечный провод имеет круговую петлю радиусом r = 8см. Определите величину тока в проводе, если известно, что напряженность магнитного поля в центре петли H = 100А/м.

Ответ: $I = \frac{2\pi RH}{1+\pi}$; I = 12,1 А

2.1.10. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводникам, расстояние между которыми $d = 10\,см$, текут токи $I_1 = 40\,A$ и $I_2 = 80\,A$ в одном направлении. Определить магнитную индукцию B в точке, удаленной от первого проводника на $r_1 = 12\,см$ и от второго – на $r_2 = 16\,см$. Ответ: B = 120мкТл

2.1.11. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводникам, расстояние между которыми $d = 15\,см$, текут токи $I_1 = 70\,A$ и $I_2 = 50\,A$ в противоположных направлениях. Определить магнитную индукцию B в точке, удаленной от первого проводника на $r_1 = 20\,см$ и от второго – на $r_2 = 30\,см$.

Ответ: $B = \frac{\mu_0}{2\pi}\sqrt{\left(\frac{I_1}{r_1^2}\right)^2 + \left(\frac{I_2}{r_2}\right)^2 - \frac{I_1 I_2}{(r_1 r_2)^2}(r_1^2 + r_2^2 - d^2)}$; B =42,8 Тл

2.1.12. Напряженность H магнитного поля в центре кругового витка с магнитным моментом $p_m = 1{,}5\, A \cdot м^2$ равна 150 А/м. Определить: 1) радиус витка; 2) силу тока в витке.

Ответ: $R = \sqrt[3]{\dfrac{pm}{2\pi H}}$; R = 11,7 см; I = 2 RH; I = 35,1А.

2.1.13. Какова магнитная индукция поля, созданного плоским круговым током в 15 А, который обтекает площадь S= 1 м^2 на расстоянии r = 10 м от центра круга по направлению радиуса.

Ответ: $B = \dfrac{\mu_0}{4\pi} \cdot \dfrac{\rho m}{r^3}$; B = 1,5нТл.

2.1.14. Круговой виток радиусом $R = 15\, см$ расположен относительно бесконечно длинного провода так, что его плоскость параллельна проводу. Перпендикуляр, восстановленный на провод из центра витка, является нормалью к плоскости витка. Сила тока в проводе $I_1 = 1\, A$, сила тока в витке $I_2 = 5\, A$. Расстояние от центра витка до провода $d = 20\, см$. Определить магнитную индукцию в центре витка. Ответ: $B = \mu_0 \left(\left(\dfrac{I_1^2}{(2\pi d)^2} \right) + \dfrac{I_2^2}{2R^2} \right)^{\frac{1}{2}}$; B = 21,2 мкТл

2.1.15. По тонкому проводу течет ток I. Чему равна напряженность магнитного поля в центре полукольца радиусом r, сделанного из этого провода? Какая сила будет действовать на полукольцо, если его поместить в однородное магнитное поле с индукцией B, перпендикулярной его плоскостью? (Провода, подводящие ток, находятся вне поля). Ответ: $H = \dfrac{I}{2r}$; $F = 2JBr$

2.1.16. По прямому горизонтально расположенному проводу пропускают ток $I_1 = 10\, A$. Под ним на расстоянии $R = 1{,}5\, см$ находится параллельный ему алюминиевый провод, по которому пропускают ток $I_2 = 1{,}5\, A$. Определить, какой должна быть площадь поперечного сечения алюминиевого провода, чтобы он удерживался незакрепленным. Плотность алюминия $\rho = 2{,}7$ ã/ñì^3.

Ответ: $S = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi R \rho g}$; S = 7,5нм^2

2.1.17. Два бесконечных прямолинейных параллельных проводника с одинаковыми токами, текущими в одном направлении, находятся друг от друга на расстоянии R. Чтобы их раздвинуть до расстояния $2R$, на каждый сантиметр длины проводника затрачивается работа $A = 138$ *нДж*. Определить силу тока в проводниках.

Ответ: $I = \sqrt{\dfrac{2\pi A}{\mu_0 I \ln 2}}$; I = 10А

2.1.18. В однородном магнитном поле перпендикулярно линиям магнитной индукции движется прямой проводник длиной 40 см. Определить силу Лоренца, действующую на свободный электрон проводника, если возникающая на его концах разность потенциалов составляет 10 мкВ. Ответ: 4 10 Н

2.1.19. По тонкому проволочному полукольцу радиусом $R = 50\,см$ течет ток $I = 1A$. Перпендикулярно плоскости полукольца возбуждено однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}01\,Тл$. Найти силу, растягивающую полукольцо. Ответ: $F = 2IBR$; F = 0,001Н

2.1.20. Два прямолинейных длинных проводника с током I_1=20 А и J_2=30 А находятся на расстоянии 10 см друг от друга. Какую работу на единицу длины проводников надо совершить, чтоб расстояние между ними увеличить вдвое? Ответ: $A = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\ln\dfrac{x_1}{x_2}$; $A = 8{,}3\cdot10^{-5}$Дж/м

2.1.21. В однородном магнитном поле напряженностью H = 79,6 кА/м помещена квадратная рамка, плоскость которой составляет с направлением магнитного поля угол $\alpha = 45^\circ$. Сторона рамки a = 4 см. Найти магнитное поток Φ, пронизывающий рамку.

Ответ: Φ = 113мкВб

2.1.22. В магнитном поле, индукция которого B = 0,05 Тл, вращается стержень длиной l = 1 м. Ось вращения, проходящая через один из концов стержня, параллельна направлению магнитного поля. Найти магнитный поток Φ, пересекаемый стержнем при каждом обороте. Ответ: Φ = 157 мВб

2.1.23. В однородном вертикальном магнитном поле висит подвешенный за один конец стержень. Масса стержня m=60 г, длина его l=10 см, период колебаний T в 2 раза меньше его периода колебаний в отсутствии поля. Магнитный момент стержня P_m=4,9 А·м^2. Определить индукцию магнитного поля.

Ответ: $B = \dfrac{mgl}{2P_m}\left(\dfrac{T_1^2}{T^2} - 1\right)$, $B = 1{,}8\cdot10^{-2}\,Тё$

2.1.24. Какая сила действует на каждую единицу объема куска висмута, помещенного в магнитное поле индукции B = 0,1 Тл и градиент магнитной индукции $\dfrac{dB}{dx} = 0{,}5$ Тл/м^2.

Ответ: $F = \dfrac{\lambda B}{\mu_0} \cdot \dfrac{dB}{dx}$; F = 10Н/м

2.1.25. По прямому горизонтально расположенному проводу пропускают ток I_1 = 10А. Под ним на расстоянии R = 1,5 находится параллельный ему алюминиевый провод, по которому пропускают ток I_2 = 1,5 А. Определите, какой должна быть площадь поперечного сечения алюминиевого провода, чтобы он удерживался незакрепленным. Плотность алюминия ρ = 2,7 г/см^3

Ответ: $S = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi R\rho g}$; S = 7,5 $\cdot 10^{-9}$м^2

2.1.26. Два бесконечных прямолинейных параллельных проводника с одинаковыми токами, текущими в одном направлении, находятся друг от друга на расстоянии R. Чтобы их раздвинуть до расстояния $2R$, на каждый сантиметр длинны проводника затрачивается работа A = 138 нДж. Определите силу тока в проводниках.

Ответ: $I = \sqrt{\dfrac{2\pi A}{\mu_0 I \ln 2}}$; I = 10А

2.1.27. Два одинаковых прямых магнита длинной 10 см расположены на одной прямой и повернуты друг к другу разноименными полосами, расстояние между ними d = 20. Определить магнитный момент каждого из них, если сила притяжения между ними F= 10^{-4} Н. Ответ: $p_m = \sqrt{\dfrac{2\pi F d^4}{3\mu_0}}$; p_m =51,6Ам^2

2.1.28. Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}1 Тл$ по окружности. Определить угловую скорость электрона. Ответ: $\omega = \dfrac{eB}{m}$; ω = 1,76·10 рад/с

2.1.29. Электрон, обладая скоростью υ = 10 Мм/с, влетел в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Индукция магнитного поля B = 0,2 мТл. Определите нормальное и тангенциальное ускорение электрона.

Ответ: a_n= 1,76·10^{14}м/с^2; a_τ = 0

2.1.30. Электрон движется прямолинейно с постоянной скоростью υ= 0,2 Мм/с. Определите магнитную индукцию B поля, создаваемого электроном в точке, находящейся на расстоянии r =2 нм от электрона и лежащей на прямой, проходящей через мгновенное положение электрона и составляющей угол α = 45° со скоростью движения электрона. Ответ: $B = \dfrac{M_0 e \upsilon}{4\pi r^2} \sin\alpha$; B = 566мкТл

2.1.31. Электрон, влетев в однородное магнитное поле с магнитной индукцией $B = 2\,мТл$, движется по круговой орбите радиусом $R = 15\,см$. Определить магнитный момент p_m эквивалентного кругового тока. Ответ: $p_m = \dfrac{e^2BR^2}{2m}$; p_m = 0,63·10Ам^2

2.1.32. Электрон, обладая скоростью $v = 1$ Мм/с, влетает в однородное магнитное поле под углом $\alpha = 60^0$ к направлению поля и начинает двигаться по спирали. Напряженность магнитного поля $H = 1{,}5\,{}^{кА}\!/\!_{м}$. Определить: 1) шаг спирали; 2) радиус витка спирали. Ответ: $R = \dfrac{\upsilon m \sin\alpha}{q\mu_0 H}$; R = 2,62см

2.1.33. Согласно теории Бора, электрон в атоме водорода движется вокруг ядра по круговой орбите радиусом r = 52,8 пм. Определите магнитную индукцию B поля, создаваемого электроном в центре круговой орбиты. Ответ: $B = \dfrac{\mu_0 e^2}{8\pi r^2\sqrt{\pi\varepsilon_0 rm}}$; B = 1,25Тл

2.1.34. В однородное магнитное поле с магнитной индукцией 0,2 Тл перпендикулярно линиям магнитной индукции с постоянной скоростью влетает заряженная частица. В течение 5 мкс включается электрическое поле напряженностью 0,5 кВ/м в направлении, параллельном магнитному полю. Определите шаг винтовой траектории заряженной частицы. Ответ: $h = \dfrac{2\pi Et}{B}$; h = 7,85см

2.1.35. Ионы двух изотопов с массами $m_1 = 6{,}5 \cdot 10^{-26}$ кг и $m_2 = 6{,}8 \cdot 10^{-26}$ кг, ускоренные разностью потенциалов $U = 0{,}5\,кВ$, влетают в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}5\,Тл$ перпендикулярно линиям индукции. Принимая заряд каждого иона равным элементарному электрическому заряду, определить, на сколько будут отличаться радиусы траекторий ионов в магнитном поле.

Ответ: $R_1 - R_2 = \dfrac{1}{B}\sqrt{\dfrac{2U}{e}}\left(\sqrt{m_1} - \sqrt{m_2}\right)$; $R_1 - R_2$ = 0,9мм

2.1.36. Электрон движется в однородном магнитном поле с угловой скоростью электрона ω = 1,76·10^{11}рад/с по окружности. Определить индукцию B. Ответ: $B = \dfrac{\omega m}{e}$; B = 0,1Тл

2.1.37. Электрон, ускоренный разностью потенциалов $U = 0{,}5$ кВ, движется параллельно длинному прямолинейному проводнику на расстоянии $r = 1см$ от него. Определить силу, действующую на электрон, если через проводник пропускать ток $I = 10\,A$.

Ответ: $F = \dfrac{\mu_0 eI\sqrt{eu}}{\pi r\sqrt{2m}}$; F = 4,24·10^{-16}Н

2.1.38. Протон, ускоренный разностью потенциалов U= 0,5 кВ, влетая в однородное магнитное поле с магнитной индукцией B= 2 мТл, движется по окружности. Определите радиус этой окружности.

Ответ: $R = \dfrac{\sqrt{2mqu}}{qB}$; R = 1,61м

2.1.39. Электрон, влетев в однородное магнитное поле с магнитной индукцией B = 2 мТл, движется по круговой орбите радиусом R = 15 см. Определите магнитный момент p_m эквивалентного кругового тока.

Ответ: $p_m = \dfrac{e^2BR^2}{2m}$; p_m =0,63пАм^2

2.1.40. Определите, при какай скорости пучок заряженных частиц, двигаясь перпендикулярно скрещенному под прямым углом однородным электрическому (E = 100кВ/м) и магнитному (B = 50мТл) полям, не отклоняется. Ответ: $\upsilon = \dfrac{E}{B}$; υ = 2мм/с

2.1.41. В одной плоскости с длинным прямым проводом, по которому течет ток $I = 50\,A$, расположена прямоугольная рамка так, что две большие ее стороны длиной $l = 65\,см$ параллельны проводу, а расстояние от провода до ближайшей из этих сторон равно ширине рамки, которая составляет $a = 50\,см$. Каков магнитный поток, пронизывающий рамку? Ответ: $\hat{O} = \dfrac{\mu_0 Ia}{2\pi}\cdot\ln\dfrac{(a+a)}{a}$; Φ = 0,44мкВб

2.1.42. Траектория пучка электронов, движущихся в вакууме в магнитном поле (B = 70 гс), – дуга окружности с радиусом 3 см. Определить скорость и энергию электронов. Ответ: 3,7·10^{9}см/сек; 3900эв.

2.1.43. Покоящийся электрон ускоряется постоянным электрическим полем. Через 0,01 с он влетает в магнитное поле индукцией B = 10^{-5} Тл перпендикулярно электрическому. Найти отношение нормального ускорения к тангенциальному.

Ответ: $\dfrac{a_n}{a\tau} = \dfrac{e}{m}tB$; $\dfrac{a_n}{a\tau}$ = 17600

2.1.44. Найти радиус кривизны траектории, период обращения, момент импульса электрона, ускоренного напряжением 1000 В, влетевшем перпендикулярно линиям индукции магнитного поля B = 1,2·10^{-3} Тл.

Ответ: $R = \dfrac{m\upsilon}{eB}$; R = 0,09м; $T = \dfrac{2\pi m}{Be}$; $T = 3 \cdot 10^{-8}$с; $L = 1{,}5 \cdot 10^{-24}$кг·м^2/с

2.1.45. Определить радиус траектории движения электрона в магнитном поле индукции В = 10^{-3} Тл, если он влетает в него под углом в 30º со скоростью $\upsilon = 6 \cdot 10^3$ км/с.

Ответ: $R = \dfrac{m\upsilon \sin\alpha}{eB}$; $R = 1{,}7 \cdot 10^{-2}$м.

2.2. Электромагнитная индукция

Справочные сведения

ЭДС индукции, возникающая в контуре при изменении магнитного потока, пронизывающего контур, равна:

$$\vec{E}_{\text{èíä}} = -\frac{d\vec{\Phi}}{dt},$$

где Φ – поток сцепления, т.е. поток, пронизывающий площадь сечения катушки, умноженный на число витков катушки:

$$\Phi = BSN.$$

Если ЭДС создается в замкнутом проводящем контуре сопротивлением R, то в нем возникает мгновенный ток:

$$i = \frac{E_{инд}}{R}.$$

Направление индукционного тока определяется правилом Ленца

Полный заряд, протекающий по контуру за все время изменения магнитного потока:

$$\Delta q = \int_0^t i \cdot dt = \frac{1}{R}\int_{\Phi_0}^{\Phi} d\Phi = \frac{\Delta\Phi}{R}.$$

Если в однородном магнитном поле перемещается проводник длиной l со скоростью υ, то на его концах возникает разность потенциалов:

$$U = Bl\upsilon.$$

ЭДС самоиндукции, возникающая в катушке, по которой течет меняющийся ток, равна:

$$\vec{E}_{\text{ñ.èíä.}} = -\frac{d\vec{\Phi}}{dt} = -L\frac{d\vec{I}}{dt},$$

Индуктивность катушки:

$$L = k\mu_0 \mu \frac{N^2}{l} S,$$

где N – число витков обмотки,

l – длина катушки,

S – площадь сечения катушки,

μ – относительная магнитная проницаемость вещества, заполняющего катушку.

При наличии в цепи двух катушек с индуктивностями L_1 и L_2 и взаимной индуктивностью M общая индуктивность системы равна:

$$L = L_1 + L_2 \pm 2M$$

где $M = K\sqrt{L_1 L_2}$,

K – коэффициент связи. (Знак «+» берется, если поля одинаково направлены.)

Энергия магнитного поля:

$$W_N = \frac{1}{2} LI^2.$$

Плотность энергий магнитного поля:

$$\omega_M = \frac{W_M}{V} = \frac{1}{2}\mu_0 \mu H^2 = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0 \mu} = \frac{1}{2} BH.$$

Коэффициент взаимной индукции двух катушек (для частного случая, когда две катушки надеты на общий магнитопровод):

$$M = \mu_0 \mu n_1 n_2 l S.$$

(Здесь n_1 и n_2 – плотности намоток катушек — число витков на единицу длины.)

Подъемная сила электромагнита:

$$F = \frac{1}{2} B^2 \frac{S}{\mu_0},$$

где S – площадь магнитопровода.

Установившийся ток в цепи с индуктивностью и с сопротивлением:

$$i = \frac{E}{R}\left[1 - \exp\left(-\frac{R}{L}t\right)\right],$$

где t – время, прошедшее с момента замыкания цепи,

$\frac{L}{R}$ – время релаксации.

Ток в цепи с катушкой и сопротивлением при размыкании изменяется по закону:

$$i = I_{макс} exp\left(-\frac{R}{L}t\right),$$

где $\frac{L}{R}$ – время релаксации.

Намагниченность магнетика – магнитный момент единицы объема:

$$\mathrm{I} = \frac{x}{\mu_0} B_0,$$

где x – магнитная восприимчивость вещества (величина безразмерная), B_0 – индукция внешнего магнитного поля, μ_0 = 4π•$^{10\text{-}7}$ Гн/м – магнитная постоянная.

Полная индукция в веществе, находящемся в магнитном поле с индукцией $\vec{B}_0$:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 (1 + x) = \vec{B}_0 \mu ,$$

где $1 + x = \mu$ – относительная магнитная проницаемость.
L – индуктивность катушки.

Примеры решения задач

При решении задач данного параграфа, как правило, применяют закон электромагнитной индукции. При проведении физического анализа небходимо выяснить, каким образом изменяется магнитное поток, какова причина его изменения. Затем следует определить магнитный поток через поверхность, ограниченную замкнутым контуром, как функцию от времени. Знак э.д.с. индукции так же, как и направление индукционного тока, может быть определено непосредственно из закона электромагнитной индукции либо с помощью правила Ленца.

Задача 1. Две катушки, индуктивности которых равны L_1=3 мГн и L_2= 5 мГн, соединены последовательно так, что их магнитные поля направлены в одну сторону; при этом индуктивность всей системы оказалась равной 11 мГн. Найти индуктивность L' системы, если катушки переключить так, чтобы их поля были направлены навстречу друг другу. Взаимное расположение катушек при этом не меняется.

Решение

Индуктивность системы определяется суммарным потоком сцепления. Первая катушка пронизывается собственным потоком Φ_{11} и потоком Φ_{21}, созданным второй катушкой. Вторая катушка пронизывается также собственным потоком Φ_{22} и потоком Φ_{12}, созданным первой катушкой. До переключения катушек их поля направлены в одну сторону, и потоки складываются:

$$\Phi = \Phi_{11} + \Phi_{22} + \Phi_{12} + \Phi_{21}. \qquad (3.2.1)$$

После переключения катушек (рис. 103, *б*) суммарный поток сцепления

$$\Phi' = \Phi_{11} + \Phi_{22} - \Phi_{12} - \Phi_{21}. \qquad (3.2.2)$$

Потоки Φ_{12} и Φ_{21}в данном случае равны друг другу, так как катушки соединены последовательно, и, следовательно, обтекаются одинаковым током, т.е.

$$\Phi_{12} = \Phi_{21} = iM. \qquad (3.2.3)$$

где M – коэффициент взаимной индукции.

Собственные потоки могут быть выражены через индуктивности каждой из катушек:

$$\left.\begin{aligned} \hat{O}_{11} &= L_{1i}, \\ \hat{O}_{22} &= L_{2i} \end{aligned}\right\} \qquad (3.2.4)$$

Подставляя выражения (3.2.3) и (3.2.4) в равенства (3.2.1) и (3.2.2) и учитывая, что суммарный поток сцепления $\Phi = L_i$, получаем, что до переключения индуктивность системы

$$L = L_1 + L_2 + 2M. \qquad (3.2.5)$$

После переключения индуктивность системы

$$L' = L_1 + L_{2\,-}\,2M. \qquad (3.2.6)$$

Совместное решение уравнений (3.2.5) и (3.2.6) дает результат

$$L' = 2(L_1 + L_2) - L = 5 \text{ мГн}.$$

Задача 2. Длинный проводник радиуса r_0 *=2 мм* согнут пополам так, что расстояние между осями его половинок a=3 *см*. Пренебрегая полем внутри проводника, рассчитать индуктивность системы и ее энергию на каждый метр длины. Сила тока в проводнике I=*3а*.

Решение

Поля, созданные каждой частью получившейся петли, между проводниками направлены в одну сторону. За пределами петли поля направлены в разные стороны. Чтобы вычислить полный поток системы, надо рассчитать поток, пронизывающий плоскость, ограниченную петлей. Продолжать плоскость за пределы петли не надо, иначе каждая силовая линия будет учитываться дважды.

Для расчета потока надо знать индукцию результирующего поля как функцию расстояния x. Если предположить, что проводник настолько длинен, что можно пренебречь полями токов в подводящих проводах и горизонтальной части проводника, то

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{a-x}\right) \tag{3.2.7}$$

Элемент площадки dS следует выбрать в виде узкой полоски толщиной dx и длиной l=1 *м*.

Учитывая, что рассчитывается собственный поток системы, и поэтому угол между нормалью к площадке и вектором индукции поля равен нулю, можно записать

$$\Phi=\int_{r_0}^{a-r_0} Bl\,dx. \tag{3.2.8}$$

Подставляя в выражение (3.2.8) формулу (3.2.7), получаем

$$\Phi=\frac{\mu_0 Il}{2\pi}\left\{\int_{r_0}^{a-r_0}\frac{dx}{x}+\int_{r_0}^{a-r_0}\frac{dx}{a-x}\right\}=\frac{\mu_0 Il}{2\pi}\ln\frac{a-r_0}{r_0}.$$

Индуктивность системы с учетом этого выражения

$$L=\frac{\Phi}{I}=\frac{\mu_0 l}{\pi}\ln\frac{a-r_0}{r_0}=1{,}05\cdot 10^{-6}\text{ Гн.}$$

Энергия системы на каждый метр длины

$$W=\frac{LI^2}{2}=\frac{I^2\mu_0 l}{2\pi}\ln\frac{a-r_0}{r_0}=4{,}7\cdot 10^{-6}\text{ Дж.}$$

Задача 3. Тороидальная катушка (без сердечника) состоит из двух обмоток, навитых одна поверх другой, по тысяче витков каждая. Обмотки соединены последовательно, магнитные поля их направлены в одну сторону.

Найти магнитную энергию такой катушки. Как изменится эта энергия, если одну из обмоток отключить?

Ток в обмотке *I=5a;* средняя длина тороида *l=25* см; поперечное сечение S=1 см^2.

Решение

Размеры тороида, данные в условии, показывают, что тороид тонкий, поэтому поле внутри него можно считать однородным. Это позволяет легко найти магнитную энергию через плотность энергии магнитного поля:

$$W=\omega_м V, \tag{3.2.9}$$

где $V=Sl$ – объем пространства, в котором сосредоточено магнитное поле рассматриваемой системы; $\omega_м = \dfrac{B^2}{2\mu_0}$ – плотность энергии.

Внутри тонкого тороида индукция поля

$$B=\mu_0 I\frac{N}{l}, \qquad (3.2.10)$$

где N – общее число витков обеих обмоток.

Подставляя написанные выше значения V и $\omega_м$ и выражение (3.2.10) для B в формулу (3.2.9), получаем

$$W=\frac{\mu_0 I^2 N^2}{2l}S = 25\cdot10^{-3}\ \text{Дж}.$$

При отключении одной из обмоток число витков и, следовательно, индукция магнитного поля уменьшаются вдвое. Энергия магнитного поля уменьшится вчетверо.

Этот результат надо особенно подчеркнуть. Если каждую из обмоток рассматривать как самостоятельную систему, то полная энергия

$$W= W_1 + W_2 + W_{вз},$$

где W_1, W_2 – магнитные энергии каждой из обмоток; $W_{вз}$, – взаимная энергия.

Выражая энергии через магнитные потоки, находим

$$W_1=\frac{i_1\Phi_{11}}{2};$$

$$W_2=\frac{i_2\Phi_{22}}{2},$$

$$W_{вз},=i_1\Phi_{21}= i_2\Phi_{12}.$$

Здесь Φ_{11} Φ_{22} – собственные потоки соответственно первой и второй обмоток; Φ_{12} – поток, созданный первой обмоткой и пронизывающий вторую; Φ_{21} – поток, созданный второй обмоткой и пронизывающий первую.

Ввиду полной идентичности обмоток все потоки равны между собой, поэтому

$$W_1 = W_2 = ½\, W_{вз},.$$

Отсюда вытекает, что отключение одной из обмоток уменьшает энергию системы в четыре раза.

Задача 4. Медный обруч массой m = 5 кг расположен в плоскости магнитного меридиана. Какое количество электричества индуцируется в нем, если его повернуть вокруг вертикальной оси на 90°? Горизонтальная составляющая магнитного поля Земли $B_г$= 32 •10^{-3} Т.

Решение

Количество электричества, индуцируемое в обруче,

$$\Delta q = \frac{\Delta\Phi}{R}; \Delta\Phi = B\Delta S.$$

Положим, что радиус обруча равен *r*, тогда $S = \pi r^2$ (*S* – площадь круга, охватываемая обручем). Сопротивление обруча $R = \rho\frac{1}{S\tilde{n}}$

(S_c – площадь сечения медного провода), $S_с = \frac{V}{l}$ (*V* – объем, $l=2\pi r$ – длина средней линии обруча), $V = \frac{m}{D}$ (*D* — плотность меди).

С учетом этих соотношений получим:

$$S_c = \frac{m}{D2\pi r}; R = \rho\frac{2\pi r\cdot 2\pi r\cdot D}{m} = \rho\frac{4\pi^2 r^2}{m}.$$

Тогда для *q* будем иметь:

$$q = \frac{B\pi r^2 m}{\rho\cdot 4\pi^2 r^2 D} = \frac{Bm}{4\pi\rho D}.$$

Расчеты дают: q = 0,053 Кл.

Задача 5. Прямолинейный проводник *АВ* длиной 1,2 м с помощью гибких проводников соединен с источником тока, ЭДС которого E = 24 В и внутреннее сопротивление r = 0,5 Ом. Проводник находится в однородном магнитном поле с индукцией B = 0,8 Т. Вектор индукции перпендикулярен длине проводника. Найдите ток в цепи, если проводник движется перпендикулярно линиям индукции поля со скоростью 12,5 м/с. Во сколько раз изменится величина тока в цепи, если проводник остановится? Сопротивление всей внешней цепи принять равным R = 2,5 Ом. Магнитным полем тока в проводнике пренебречь.

Решение

Согласно закону Ома для полной цепи, сила тока

$$I_1 = \frac{E \pm E_{инд}}{R + r}.$$

В зависимости от направления движения проводника $E_{инд}$ может действовать в одном или противоположном направлении с ЭДС источника E.

При движении проводника в магнитном поле

$$E_{инд} = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Найдем изменение магнитного потока:

$$d\Phi = B \bullet dS;\ dS = l\upsilon dt;\ d\Phi = Bl\upsilon dt.$$

Тогда

$$E_{инд} = -Bl\upsilon;$$

и

$$I_1 = \frac{E \mp Bl\upsilon}{R + r};\ I_1' = 4A;\ I_1 = 12A.$$

Если проводник остановится, то $I_2 = \dfrac{E}{R + r}$ =8 А. При остановке проводника ток увеличится в 2 раза или уменьшится в 1,5 раза.

Индивидуальные задания

2.2.1. Кольцо из алюминиевого провода ($\rho = 26\,\text{íÎì} \cdot \text{ì}$) помещено в магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Диаметр кольца $D = 30\,\text{ñì}$, диаметр провода $d = 2\,мм$. Определить скорость изменения магнитного поля, если ток в кольце $I = 1\,A$.

Ответ: $\dfrac{dB}{dt} = \dfrac{16I\rho}{\pi D d^2}$; $\dfrac{dB}{dt} = 0{,}11$ Тл/с

2.2.2. Плоскость проволочного витка площадью $S = 100\,\text{ñì}^2$ и сопротивлением $R = 5\,\text{Îì}$, находящегося в однородном магнитном поле напряженностью $H = 10\,{}^{кА}\!/_{м}$, перпендикулярна линиям магнитной индукции. При повороте витка в магнитном поле через гальванометр, замкнутый на виток, прошел заряд $q = 12{,}6\,\text{ìêÊë}$. Определить угол поворота витка.

Ответ: $\cos\alpha = 1 - \dfrac{rdQ}{\mu_0 HS}$; cosα = 0,5 α = 60°

2.2.3. В однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}3\,Тл$ помещена прямоугольная рамка с подвижной стороной, длина которой

$l = 15\,см$. Определить ЭДС индукции, возникающей в рамке, если ее подвижная сторона перемещается перпендикулярно линиям магнитной индукции со скоростью $v = 10\,{}^{м}\!/_{c}$. Ответ: $\varepsilon = -Blv$; $\varepsilon = -0{,}15$В

2.2.4. Две гладкие замкнутые шины, расстояние между которыми равно 30 см, со скользящей перемычкой, которая может двигаться без трения, находятся в однородном магнитном поле с индукцией
B=0,1 Тл, перпендикулярном плоскости контура. Перемычка массой *m=5 г* скользит вниз с постоянной скоростью *υ=0.5 м/с*. Определить сопротивление перемычки, пренебрегая самоиндукцией контура и сопротивлением остальной части контура.

Ответ: $R = \dfrac{B^2\alpha^2\upsilon}{mg}$; $\quad R = 9{,}2\,\text{îÎì}$.

2.2.5. В катушке длиной $l = 0{,}5\,м$, диаметром $d = 5\,см$ и числом витков $N = 1500$ ток равномерно увеличивается на 0,2 А за одну секунду. На катушку надето кольцо из медной проволоки ($\rho = 17\,\text{íÎì} \cdot \text{ì}$) площадью сечения $S = 3\,\text{ìì}^2$. Определить силу тока в кольце. Ответ:

$I = \mu_0\mu\dfrac{NS_Kd}{4l\rho}\dfrac{dI}{dt}$; $I = 1{,}66$мА

2.2.6. Катушка диаметром $d = 2\,см$, содержащая один слой плотно прилегающих друг к другу $N = 500$ витков алюминиевого провода сечением $S = 1\,\text{ìì}^2$, помещена в магнитное поле. Ось катушки параллельна линиям индукции. Магнитная индукция поля равномерно изменяется со скоростью $1\,{}^{мТл}\!/_{c}$. Определить тепловую мощность, выделяющуюся в катушке, если ее концы замкнуты накоротко. Удельное сопротивление алюминия $\rho = 26\,\text{íÎì} \cdot \text{ì}$.

Ответ: $P = \dfrac{N\pi d^2 S_1}{16\rho}\left(\dfrac{dB}{dt}\right)^2$; $P = 0{,}3$ мкВт

2.2.7. В однородном магнитном поле ($B = 0{,}1\,\text{Òë}$) вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = 50\,{}^{\text{ðàä}}\!/_{\text{ñ}}$ вокруг вертикальной оси стержень длиной $l = 0{,}4\,м$. Определить ЭДС индукции, возникающей в стержне, если ось вращения проходит через конец стержня параллельно линиям магнитной индукции. Ответ: $\varepsilon_i = \dfrac{Bl^2\omega}{2}$; $\varepsilon_i = 0{,}4$В

2.2.8. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}02\,\text{Òë}$ равномерно вращается вокруг вертикальной оси горизонтальный стержень длиной $l = 0{,}5\,м$. Ось вращения проходит через конец стержня параллельно линиям магнитной индукции. Определить число оборотов в секунду, при котором на концах стержня возникает разность потенциалов $U = 0{,}1\,B$. Ответ: $n = \dfrac{U}{\pi B l^2}$; n = 6,37 с$^{-1}$

2.2.9. В центре кругового витка перпендикулярно его плоскости создается переменный магнитный поток. Какова будет разность потенциалов между двумя произвольно взятыми точками витка.

Ответ: U = 0

2.2.10. Катушка диаметром $d = 10\,см$, состоящая из $N = 500$ витков проволоки, находится в магнитном поле. Найти среднюю ЭДС индукции, возникающую в этой катушке, если индукция магнитного поля B увеличивается в течение времени $t = 0{,}1c$ от 0 до 2 Тл.

Ответ: $\varepsilon_{ñð} = \dfrac{\pi N B d^2}{2t}$; $\varepsilon_{ср}$ = 78,5 В

2.2.11. В однородном магнитном поле индукции B=10^{-1}Тл равномерно вращается катушка N = 100 витков, со скоростью 5 об/с. Площадь поперечного сечения катушки S = 100 см^2. Ось вращения перпендикулярна оси катушки и направлению поля. Найти максимальную ЭДС индукции, возникающую в катушке. Ответ: $\varepsilon_m = 2\pi \nu BSN$; ε_m = 3,14 B.

2.2.12. Обмотка соленоида состоит из N витков медной проволоки, поперечное сечение которой $S = 1\,ìì^2$. Длина соленоида $l = 0{,}25\,м$, его сопротивление $R = 0{,}2\,\hat{I}ì$. Найти индуктивность соленоида.

Ответ: $L = \mu_0 \mu \dfrac{R^2 S^2}{4\rho^2}$; L = 55мкГн

2.2.13. Проволочное кольцо радиусом $r = 10\,ñì$ лежит на столе. Какое количество электричества протечет по кольцу, если его повернуть с одной стороны на другую? Сопротивление кольца $R = 1\,\hat{I}ì$. Вертикальная составляющая магнитного поля Земли $B = 50\,ìêÒë$.

Ответ: $dq = \dfrac{\pi B r^2}{R}$; dq = 1,6·10^{-8}Кл

2.2.14. По длинному прямому проводнику течет ток. Вблизи проводника расположена квадратная рамка из тонкого провода сопротивлением $R = 0{,}02\,\hat{I}ì$. Проводник лежит в плоскости рамки и параллелен двум ее сторонам, расстояния до которых от провода соответственно равны $a_1 = 10\,см$ и $a_2 = 20\,см$. Найти силу тока в проводнике, если при его выключении через рамку протекло количество электричества $q = 693$ ìêÊë . Ответ: $I = \dfrac{\mu_0 q (a_1 - a_2) \ln\left(1 = \dfrac{a_1}{a_2}\right)}{2\pi R}$

2.2.15. Квадратная проволочная рамка со стороной a = 5 см и сопротивлением R = 10 мОм находится в магнитном поле индукции B = 40мТл. Нормаль к плоскости рамки составляет угол 30° с линиями магнитной индукции. Определить заряд, который проходит по рамке, если магнитное поле выключить. Ответ: $q = \dfrac{Ba^2}{R}\cos\alpha$; q = 8,7мКл

2.2.16. Обмотка электромагнита, находясь под постоянным напряжением, имеет сопротивление R = 15 Ом и индуктивностью L = 0,3 Гн. Определите время, за которое в обмотке выделится количество теплоты, равное энергии магнитного поля в сердечнике.

Ответ: $t = \dfrac{L}{2R}$; t = 0,01 с

2.2.17. Сила тока I в обмотке соленоида, содержащего N = 1500 витков, равна 5 А. Магнитный поток Φ через поперечное сечение соленоида составляет 200 мкВб. Определите энергию магнитного поля в соленоиде. Ответ: $W = \dfrac{N\hat{O}_1 I}{2}$; W = 0,75 Дж.

2.2.18. Катушка длиной l = 50 см и диаметром 5 см d = 5см содержит N = 200 витков. По катушке течет ток I = 1А. Определите: 1) индуктивность катушки; 2) магнитный поток, пронизывающий площадь ее поперечного сечения. Ответ: 1) L = 197 мкГн; 2) Φ = 985 нВб.

2.2.19. Соленоид сечением $S = 5$ ñì ^{2} содержит $N = 1200$. Индукция магнитного поля внутри соленоида при токе $I = 2$ À равна 0,01 Тл. Определить индуктивность соленоида.

Ответ: $L = \dfrac{BNS}{I}$; L = 3мГн

2.2.20. Катушка с железным сердечником имеет площадь поперечного сечения $S = 20$ ñì ^{2} и число витков $N = 500$. Индуктивность катушки с сердечником $L = 0{,}28$ Ãí при токе через обмотку $I = 5$ À. Найти магнитную проницаемость μ железного сердечника. Ответ: μ= 1400

2.2.21. Две катушки намотаны на один общий сердечник. Индуктивность первой катушки $L_1 = 0{,}2\,Гн$, второй – $L_2 = 0{,}8\,Гн$; сопротивление второй катушки $R_2 = 600\,Ом$. Какой ток I_2 потечет во второй катушке, если ток $I_1 = 0{,}3\,A$, текущий в первой катушке, выключить в течение времени $t = 1\,\text{ìñ}$?

Ответ: $I_2 = \frac{\sqrt{L_1 L_2}}{R}\frac{\Delta I_1}{\Delta t}$; I_2 = 0,2А

2.2.22. Имеется катушка длиной $l = 20\,см$ и диаметром $d = 2\,см$. Обмотка катушки состоит из $N = 200$ витков медной проволоки, площадь поперечного сечения которой $s = 1\,\text{ìì}^2$. Катушка включена в цепь с некоторой ЭДС. При помощи переключателя ЭДС выключается и катушка замыкается накоротко. Через какое время после выключения ЭДС ток в цепи уменьшится в 2 раза? Ответ: $t = \frac{SL\ln 2}{\rho l}$; t = 0,25мс

2.2.23. Определить индуктивность соленоида длиной l и сопротивлением R, если обмоткой соленоида является проволока массой m, удельное сопротивление вещества которой ρ', а плотность ρ. Ответ: $L = \frac{\mu_0}{4\pi l}\frac{mR}{\rho\rho'}$;

2.2.24. Катушку индуктивностью $L = 0{,}6\,\text{Ãí}$ подключают к источнику тока. Определить сопротивление катушки, если за время $t = 3\,c$ сила тока через катушку достигает 80% предельного значения.

Ответ: $R = -\frac{L\ln 0{,}2}{t}$; R = 332мОм

2.2.25. Катушка индуктивностью $L = 1{,}5\,\text{Ãí}$ и сопротивлением $R_1 = 15\,Ом$ и резистор сопротивлением $R_2 = 150\,Ом$ соединены параллельно и подключены к источнику, ЭДС которого $\varepsilon = 60\,B$. Определить напряжение на зажимах катушки через $t = 0{,}01c$ после выключения источника ЭДС.

Ответ: $U = \frac{\varepsilon}{R_1} R_2 l^{-\frac{R}{L}t}$; U_1=200В; U_2 = 0,01В

2.2.26. Два соленоида ($L_1 = 0{,}64\,Гн$, $L_2 = 1\,Гн$) одинаковой длины и практически равных сечений вставлены один в другой. Определить взаимную индуктивность соленоидов.

Ответ: $L_{12} = \sqrt{L_1 L_2}$; L_{12} = 0,8 Гн

2.2.27. Трансформатор с коэффициентом трансформации 0,15 понижает напряжение с 220 В до 6 В. При этом сила тока во вторичной обмотке равна 6 А. Пренебрегая потерями энергии в первичной обмотке, определить сопротивление вторичной обмотки трансформатора. Ответ: $R_2 = \dfrac{{N_2U_1}/{N_1} - U_2}{I^2}$; $R = 4{,}5$ Ом

2.2.28. Две длинные катушки намотаны на общий сердечник, причем индуктивность этих катушек $L_1 = 0{,}64$ Гн и $L_2 = 0{,}04$ Гн. Определите во сколько раз число витков первой катушки больше, чем второй. Ответ: $\dfrac{N_1}{N_2} = 4$

2.2.29. Соленоид без сердечника с однослойной обмоткой из проволоки диаметром $d = 0{,}5\,мм$ имеет длину $l = 0{,}4\,м$ и поперечное сечение $S = 50\,\tilde{n}\grave{i}^{\,2}$. Какой ток течет по обмотке при напряжении $U = 10\,\hat{A}$, если за время $t = 0{,}5\,\grave{i}\tilde{n}$ в обмотке выделяется количество теплоты, равное энергии магнитного поля внутри соленоида? Поле считать однородным Ответ: $I = \dfrac{2Utd^2}{\mu_0 SE}$; $I = 995$мА

2.2.30. Индуктивность соленоида при длине $l = 1\,м$ и площади поперечного сечения $S = 20\,\tilde{n}\grave{i}^{\,2}$ равна $L = 0{,}4\,\grave{i}\tilde{A}\acute{i}$. Определить силу тока в соленоиде, при которой объемная плотность энергии магнитного поля внутри соленоида $\omega = 0{,}1\,{Дж}/{м^3}$. Ответ: $I = \sqrt{\dfrac{2Sl\omega}{L}}$; $I = 1$А.

2.3. Электромагнитные колебания

Справочные сведения

Задачи настоящего раздела посвящены собственным электромагнитным колебаниям

Действующие значения тока и напряжения определяются из выражения

$$I^2 = \frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt, U^2 = \frac{1}{T}\int_0^T u^2 dt,$$

где T — период изменения тока,

i и u – мгновенные значения тока и напряжения.

Период T электромагнитных колебаний в контуре, состоящем из емкости C, индуктивности L и сопротивления R, определяются формулой

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}}.$$

Если сопротивление R контура настолько мало, что

$$\left(\frac{R}{2L}\right)^2 << \frac{1}{LC}$$

то период колебаний

$$T = 2\pi\sqrt{LC}$$

Если сопротивление контура R не равно нулю, то колебания будут затухающими. При этом разность потенциалов на обкладках конденсатора меняется со временем по закону,

$$U = U_0 e^{-\delta t}\cos\omega t,$$

если время отсчитывать от момента, соответствующего наибольшей разности потенциалов на обкладках конденсатора. Здесь $\delta = R/2L$ – коэффициент затухания. Величина $\chi = \delta T$ называется логарифмическим декрементом затухания. Если $\delta = 0$, то колебания будут незатухающими, и тогда можно записать

$$U = U_0 cos\omega t.$$

Если время отсчитывать от момента, когда разность потенциалов на обкладках конденсатора равна нулю, то будет справедливым соотношение

$$U = U_0\, sin\omega t.$$

Действующие значения тока и напряжения для синусоидального тока соответственно равны:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}, U = \frac{U_m}{\sqrt{2}},$$

где $1m$, Um – амплитуды тока и напряжения.

Закон Ома для синусоидального тока:

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\dot{Z}}$$

(здесь $\dot{I}$, $\dot{U}$, $\dot{Z}$ – комплексные амплитуды тока, напряжения, сопротивления).

При параллельном соединении элементов цепи складываются проводимости, при последовательном соединении – импедансы. Сопротивление цепи Z определяется модулем импеданса (комплексного сопротивления).

Если цепь содержит сопротивление R, емкость C и индуктивность L, соединенные последовательно, то

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} .$$

При этом сдвиг фаз между напряжением и током определяется формулой

$$tg\varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} .$$

Тангенс угла сдвига фаз между током и напряжением равен отношению мнимой части комплексного сопротивления к действительной.

Активная мощность электрической цепи для синусоидального тока

$$P = IU\cos\varphi$$

где I, U – действующие значения тока и напряжения,
φ – сдвиг фаз между током и напряжением.

Примеры решения задач

Задача 1. Максимальное напряжение в колебательном контуре, состоящей из катушки индуктивностью L=5·10^{3}Гн и конденсатора емкостью C=18·10^3 см, равно U_0=120 В. Сопротивление ничтожно мало. Определить максимальное значение магнитного потока, если число витков катушки Z=30.

Решение

Магнитный поток связан с током соотношением

$$\hat{O} = \frac{L_i}{Z}$$

(Здесь Φ – не поток сцепления, а поток, создаваемый катушкой, поэтому в знаменателе стоит число витков Z.) Максимальное значение потока с учетом, что циклическая частота колебаний

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

может быть рассчитана по формуле

$$\hat{O}_0 = \frac{U_0\sqrt{LC}}{Z} = 12{,}5\cdot 10^{-7}\,\hat{A}\acute{a}$$

Задача 2. Определить длину волн, излучаемых колебательным контуром, состоящим из катушки с индуктивностью L=1,2 мГн и конденсатора с емкостью C=3·10^{-2}мкФ. Сопротивление контура ничтожно мало.

Решение

Длина волны λ, излучаемая контуром, однозначно определяется его частотой ν:

$$\lambda = \frac{\tilde{n}}{\nu}$$

где c=3·10^{8} м/сек. – скорость распространения электромагнитных волн в вакууме. Частота колебаний, возникающих в контуре,

$$\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Решая совместно два уравнения, получаем:

$$\lambda = 2\pi c\sqrt{LC}$$

Подставив значения c, L и C в системе СИ, найдем:

$$\lambda=11.3\cdot 10^{-3}\text{ м.}$$

Подсказка 1 Гн = 10^{9} см. 1 Ф = 9·10^{11} см.

Задача3. Контур состоит из катушки индуктивностью L = 3·10^{4} см и омическим сопротивлением R = 1 Ом и из конденсатора емкостью C = 2·10^{3} см. Какую мощность должен потреблять контур, чтобы в нем поддерживались незатухающие колебания, при которых максимальное напряжение на конденсаторе U_0 = 0.5 В?

Решение

При отсутствии омического сопротивления в контуре возникают незатухающие колебания – полная энергия остается неизменной, происходит лишь непрерывный переход энергии электрической, сосредоточенной в конденсаторе, в энергию магнитную, сосредоточенную в катушке с индуктивностью, и обратно. На омическом сопротивлении происходит выделение джоулевой теплоты, и полная энергия будет непрерывно уменьшаться. Чтобы при наличии сопротивления катушки колебания были незатухающими, контур должен непрерывно получать энергию извне, причем потребляемая средняя мощность должна равняться

$$P = \frac{W_T}{T} \qquad (3.3.1)$$

где W_T – потеря энергии за время, равное периоду колебаний T.

Найдем энергию, теряемую в виде джоулевой теплоты на сопротивлении за время одного периода:

$$W_T = \int_0^T i^2 R dt \qquad (3.3.2)$$

Так как энергия контура непрерывно пополняется, колебания будут происходить по гармоническому закону:

$$i = i_0 \cos(\omega t + a), \qquad (3.3.3)$$

где i_0 – амплитудное значение силы тока, a – начальная фаза колебаний.

Подставляя формулу (3.3.3) в выражение (3.3.2), находим

$$W_T = i_0^2 R \int_0^T \cos^2(\omega t + \alpha)\,dt = \frac{1}{2} i_0^2 RT \qquad (3.3.4)$$

При интегрировании подынтегральное выражение следует заменить соотношением:

$$\cos 2(\omega t + a) = ½\,[1 + \cos 2(\omega t + a)].$$

Интеграл от первого слагаемого дает T, интеграл от второго слагаемого обращается в нуль независимо от значения a.

Как известно,

$$i_0 = U_0 \sqrt{\frac{C}{L}}$$

Следовательно, искомая мощность

$$P = \frac{U_0^2 CR}{2L} = 10^{-5}\ \text{Вт}$$

Задача 4. Батарея, состоящая из двух конденсаторов емкостью по 2 мкФ каждый, разряжается через катушку (L = 1 мГн, R = 5 Ом). Возникнут ли колебания, если конденсаторы соединены: 1) параллельно, 2) последовательно?

Решение

Если сопротивление колебательного контура не равно нулю, то возникающие в нем колебания являются затухающими, происходящими по закону

$$U = U_0\, e^{-\beta t} \cos(\omega t + a) \qquad (3.3.5)$$

Циклическая частота затухающих колебаний

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \qquad (3.3.6)$$

где $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{1}{LC}}$ – собственная частота контура, $\beta = \dfrac{R}{2L}$ – коэффициент затухания.

Из выражения (3.3.6) видно, что колебания могут возникнуть тогда, когда подкоренное выражение больше нуля. В противном случае разряд конденсатора будет носить апериодический характер.

Заменим в формуле (3.3.6) ω_0 и β их значениями. Тогда получим, что колебания возникнут при условии:

$$\frac{1}{LC} > \frac{R^2}{4L^2} \qquad (3.3.7)$$

Согласно условию задачи емкость в первом случае C_1=2C=4мкф,

Во втором случае – $C_2 = C/2 = 1ìêÔ$

Подставим числовые значения величин в выражение (3.3.7) и произведем вычисления:

1) $\dfrac{1}{LC_1} = 2{,}5 \cdot 10^8 \tilde{n}^{-2}$; $\dfrac{R^2}{4L^2} = 6{,}2 \cdot 10^8 c^{-2}$

следовательно, $\dfrac{1}{LC_1}$ меньше $\dfrac{R^2}{4L^2}$; возникнет апериодический разряд.

2) $\dfrac{1}{LC_2} = 10^9 \tilde{n}^{-2}$; следовательно, $\dfrac{1}{LC_2}$ больше $\dfrac{R^2}{4L^2}$; возникнут затухающие колебания.

Задача 5. Переменный ток, выпрямляемый прибором, пропускающим ток только одну половину периода проходит в течение 10 мин по раствору медного купороса. На электроде выделяется 200 мг меди. Какова амплитуда тока?

Решение

Количество вещества, выделенное при электролизе, равно

$$m = \frac{1}{F}\frac{A}{n} q \qquad (3.3.8)$$

Мгновенное значение переменного тока

$$i = I m \sin \omega t.$$

За период через электролит проходит количество электричества

$$q_1 = \int_0^{T/2} I_m \sin \omega t dt = \frac{I_m}{\omega} (-\cos \omega t) \Big|_0^{T/2} = \frac{I_m T}{\pi}$$

За время t через электролит пройдет заряд, равный

$$q = \frac{q_1}{T} = \frac{I_m}{\pi} t \tag{3.3.9}$$

Решая совместно уравнения (3.3.8) и (3.3.9), получаем:

$$I_m = \frac{mnF\pi}{At}$$

Производим расчет:

(значения F = 9,65·107 Кл/(кг·экВ); A = 63; n = 2 берем из таблиц)

$$Im = 3{,}2 \text{ А.}$$

Задача 6. В цепь переменного тока (f = 50 Гц) с действующим напряжением 127 В включены параллельно конденсатор емкостью C = 24 мкФ и дроссель индуктивностью L = 0,6 Гн и активным сопротивлением R = 100 Ом. Определите действующее значение подводимого к участку тока.

Решение

Для нахождения различных величин в цепях переменного тока удобно пользоваться символическим методом, состоящим в том, что гармонически колеблющиеся физические величины представляют в виде комплексных величин. Этот метод позволяет решение задачи в любой цепи переменного тока получить из соответствующего решения для постоянного тока, если ток, напряжение и ЭДС заменить их комплексными амплитудами, а сопротивление участков – их комплексными сопротивлениями.

Величина подводимого тока зависит от напряжения и полного сопротивления цепи Z:

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\dot{Z}}; \; I = \frac{U}{Z}. \tag{3.3.10}$$

Цепь состоит из двух параллельно соединенных участков с комплексными сопротивлениями:

$$\dot{Z}_1 = R + j\omega L; \; \dot{Z}_1 = (100 + j \bullet 118{,}4) \text{ Ом}$$

$$\dot{Z}_2 = \left(-j\frac{1}{\omega C}\right); \; \dot{Z}_2 = -j \cdot 132{,}5$$

Полное комплексное сопротивление цепи (импеданс цепи):

$$\dot{Z} = \frac{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}; \; \dot{Z} = 10^2 \left(1{,}32 - j \cdot 2{,}07\right)$$

Модуль импеданса определяет полное сопротивление цепи:

$$Z = 246 \text{ Ом}.$$

Действующий ток, подводимый к цепи, находим из уравнения (3.3.10):

$$I = 0{,}515 \text{ А}.$$

Задача 7. В цепь переменного тока с действующим напряжением U = 220В (f =50 Гц) включены последовательно конденсатор емкостью C=18 мкФ, активное сопротивление R = 10 Ом и дроссель индуктивностью L= 0,6 Гн, на котором напряжение опережает ток на угол a = 60°. Определите: а) мощность, выделяемую на каждом из элементов и во всей цепи: б) коэффициент мощности для всей цепи.

Решение

Мощность, поглощаемая каким-либо участком цепи, определяется квадратом действующего значения тока и активным сопротивлением участка:

$$P = I^2 R_{акт}$$

Цепь состоит из последовательно соединенных участков конденсатора C (комплексное сопротивление $-j\dfrac{1}{\omega C}$), активного сопротивления R, дросселя (комплексное сопротивление $R' + j\omega L$).

При последовательном соединении сопротивления складываются, поэтому комплексное сопротивление цепи (импеданс цепи) равно:

$$\dot{Z} = \left(R + R'\right) + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right).$$

Для определения активного сопротивления дросселя воспользуемся тем, что тангенс угла сдвига фаз a между током и напряжением определяется отношением мнимой части комплексного сопротивления к действительной. Отсюда активное сопротивление дросселя (действительная часть комплексного сопротивления) равно:

$$R' = \frac{\omega L}{tga}$$

Модуль импеданса определяет полное сопротивление цепи:

$$Z=\sqrt{(R+R')^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)}$$

Действующее значение тока в цепи

$$I=\frac{U}{z}$$

Мощность выделяется только на активном сопротивлении. Конденсатор не имеет активного сопротивления, мощность на нем не выделяется:

$$P_1=0.$$

Мощность, выделяемая в сопротивлении R:

$$P_2=I2R.$$

Мощность, выделяемая в дросселе:

$$P_3=I^2R'=I^2.\frac{\omega L}{tg\alpha}.$$

Мощность, выделяемая в цепи:

$$P=P_2+P_3$$

Коэффициент мощности:

$$\cos\varphi=\frac{P}{IU}$$

При подстановке данных условия задачи, получим:

R'=10.9 Ом; I=9,3 А; P_2=846 Вт; P_3=925 Вт; P=1771 Вт; $cos\ \alpha$=0.87.

Индивидуальные задания

2.3.1. Колебательный контур содержит соленоид (длина $l=5\,см$, площадь поперечного сечения $S_1=1{,}5\,см^2$, число витков $N=500$) и плоский воздушный конденсатор (расстояние между пластинами $d=1{,}5\,мм$, площадь пластин $S_1=100\,см^2$). Определить частоту ω_0 собственных колебаний контура.

Ответ: $\omega_0=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}$; $\quad \omega_0=42{,}5\cdot10^5c^{-1}$.

2.3.2. Энергия свободных незатухающих колебаний, происходящих в колебательном контуре, составляет 0,2 мДж. При медленном раздвижении пластин конденсатора частота колебаний увеличилась в $n=2$

раза. Определить работу, совершенную против сил электрического поля. Ответ: *0,15 Дж*.

2.3.3. Найти отношение энергии $W_м/W_{эл}$ магнитного поля колебательного контура к энергии его электрического поля для момента T/8.

Ответ: $\dfrac{W_{\text{í}}}{W_{\text{ýë}}} = \dfrac{\sin^2 \omega t}{\cos^2 \omega t}$; $\dfrac{W_{\text{ì}}}{W_{\text{ýë}}} = 1$.

2.3.4. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью $L = 10\,мГн$, конденсатора емкостью $C = 0{,}1\,мкФ$ и резистора сопротивлением $R = 20\,Ом$. Определить, через сколько полных колебаний амплитуда тока в контуре уменьшится в e раз.

Ответ: $N = \dfrac{L}{\pi R}\sqrt{\dfrac{1}{LC} - \dfrac{R^2}{4L^2}}$; $N = 5$.

2.3.5. Какую энергию необходимо подвести к колебательному контуру с логарифмическом декрементом затухания 0,03, чтобы поддерживать в немнезатухающие колебания в течение часа, если контур состоит из конденсатора емкостью C = 0,05мкФ и катушки с L = 2мГн, а максимальный ток в катушке I_m=5мА.

Ответ: $W = \dfrac{\lambda I^2 t}{2\pi} \cdot \sqrt{\dfrac{L}{C}}$; $W = 0{,}17$ Äæ

2.3.6. В цепь колебательного контура, содержащего последовательно соединенные резистор сопротивлением $R = 40\,Ом$, катушку индуктивностью $L = 0{,}36\,Гн$ и конденсатор емкостью $C = 28\,мкФ$, подключено внешнее переменное напряжение с амплитудным значением $U_m = 180\,В$ и частотой $\omega = 314\,{}^{рад}\!/_{c}$. Определить: 1) амплитудное значение силы тока в цепи; 2) сдвиг фаз между током и внешним напряжением.

Ответ: I_m=4,5 А; φ=-1°

2.3.7. Последовательно соединенные резистор с сопротивлением $R = 110\,Ом$ и конденсатор подключены к внешнему переменному напряжению с амплитудным значением $U_m = 110\,В$. Оказалось, что амплитуда установившегося тока в цепи $I_m = 0{,}5\,А$. Определить разность фаз между током и внешним напряжением.

Ответ: φ=-60, ток опережает напряжение.

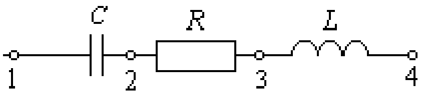
2.3.8. В цепь переменного тока частотой $\nu = 50\,Гц$ включена катушка длиной $l = 20\,см$ и диаметром $d = 5\,см$, содержащая $N = 500$ витков медного провода площадью поперечного сечения $S_1 = 0{,}6\,мм^2$. Определить, какая доля полного сопротивления катушки приходится на реактивное сопротивление. Удельное сопротивление меди $\rho = 17\, нОм \cdot м$. Ответ: $\dfrac{X}{Z} = \dfrac{X}{\sqrt{R^2 + X^2}}$; $\dfrac{X}{Z} = 0{,}4$.

2.3.9. В цепь переменного тока частотой $\nu = 50\, Гц$ включена катушка длиной $l = 30\, см$ и площадью поперечного сечения $S_1 = 10\, см^2$, содержащая $N = 1000$ витков. Определить активное сопротивление катушки, если известно, что сдвиг фаз между током и напряжением $\varphi = 30^0$.

Ответ: $R = \dfrac{2\pi\nu\mu_0 N^2 S}{l tg\varphi}$; $R = 2{,}3$Îì .

2.3.10. Цепь переменного тока состоит из последовательно соединенных катушки, конденсатора и резистора. Амплитудное значение напряжения между точками 1 и 2 схемы $U_{12} = 173\, В$, а амплитудное значение напряжения на резисторе $U_R = 100\, В$. Определить сдвиг фаз между током и внешним напряжением.

Ответ: $tg\varphi = \dfrac{U_{LC}}{U_R}$; $\varphi = 60°$.



2.3.11. В цепь переменного тока частотой $\nu = 50\, Гц$ последовательно включены резистор сопротивлением $R = 100\, Ом$ и конденсатор емкостью $C = 22\, мкФ$. Определить, какая доля напряжения, приложенного к этой цепи, приходится на падение напряжения на конденсаторе. Ответ: $\dfrac{U_C}{U} = 0{,}82$

2.3.12. В цепь переменного тока с частотой $\nu = 50\, Гц$ и действующим значением напряжения $U = 300\, В$ последовательно включены конденсатор, резистор сопротивлением $R = 50\, Ом$ и катушка индуктивностью $L = 0{,}1\, Гн$. При подключении вольтметра в точках 1 и 3 его показания U_{13}, а при подключении в точках 2 и 4 – U_{24}, причем $\dfrac{U_{13}}{U_{24}} = \dfrac{1}{2}$.

Определить емкость конденсатора.

Ответ: $C = \dfrac{1}{\omega\sqrt{R^2 + 4(\omega L)^2}}$; $C = 3$ìêÔ .

2.3.13. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью C =0,2мкФ и катушки с индуктивностью L=5,07 мГн. При каком логарифмическом декременте затухания разность потенциалов на обкладках конденсатора за время t =1 мс уменьшится в три раза? Каково при этом сопротивление R контура? Ответ: $\chi = \frac{T}{t} \ln \frac{U_0}{U_1}$; $\chi = 0{,}22$.

2.3.14. В цепи переменного тока с частотой $\nu = 50\,Гц$ вольтметр показывает нуль при значении $C = 20\,мкФ$. Определить индуктивность катушки. Ответ: L=0,5 Гн.

2.3.15. В сеть переменного тока с действующим значением напряжения 120 В последовательно включены проводник с активным сопротивлением 10 Ом и катушка индуктивностью 0,1 Гн. Определить частоту тока, если амплитудное значение силы тока в цепи равно 5 А.

Ответ: $\nu = \frac{1}{2\pi L}\sqrt{\frac{2U^2}{I_m^2} - R^2}$; $\nu = 51.6$ Ãö.

I. Единицы системы СГС и коэффициенты перерасчета:

Величина	Единица и ее связь с единицами СИ
Ток	1 $СГС_I = \frac{10}{c} A = \frac{1}{3} \cdot 10^{-9}$ Кл
Количество электричества	1 $СГС_q = \frac{10}{c}$ Êë $= \frac{1}{3} \cdot 10^{-9}$ Кл
Поток электрического смещения	1 $СГС_{ND} = \frac{10}{4\pi c}$ Êë $= \frac{1}{4\pi \cdot 3} \cdot 10^{-9}$ Кл
Электрическое смещение	
Поверхностная плотность электрического заряда	
Разность потенциалов; электродвижущая сила электрического поля	1 $СГС_U$=$c \cdot 10^{-8}$В=$3 \cdot 10^{2}$В
Напряженность электрического поля	1 $СНС_B$=$c \cdot 10^{-6}$В/м=$3 \cdot 10^{4}$В/м
Электрическое сопротивление	1 $СНС_\tau$=$c^2 \cdot 10^{-9}$Ом=$9 \cdot 10^{11}$Ом
Удельное электрическое сопротивление	1 $СГС_\rho$=$c^2 \cdot 10^{-11}$Ом·м =$9 \cdot 10^{9}$Ом·м
Электрическая емкость	
Плотность потока	
Магнитный поток	1 $СГС_Ф$=1Мкс=10^{-8}Вб
Магнитная индукция	1 $СГС_B$=1Гс=10^{-4}Тл
Индуктивность	1 $СГС_L$= 1см=10^{-9}Гн
Напряженность магнитного поля	

II. Фундаментальные физические константы

Магнитная постоянная	μ_0 =12,5663706144·10^{-7} Гн/м
Электрическая постоянная	ε_0 =8,85418782·10^{-12} Ф/м
Масса покоя электрона	m_e =9,109534·10^{-31} кг
Масса покоя протона	m_p =1,6726485·10^{-27} кг
Отношение массы протона к массе электрона	m_p/m_e =1836,15152
Элементарный заряд	e =1,6021892·10^{-19} Кл
Отношение заряда электрона к его массе	e/m_e =1,7588047·10^{11} Кл/кг
Масса α-частицы	$m_2 = 4m_P$
Заряд α-частицы	$q_2 = -2q\vec{e}$

III. Диэлектрическая проницаемость диэлектриков

Воск	7,8	Парафин	2	Эбонит	2,6
Вода	81	Слюда	6	Парафиновая бумага	6
Керосин	2	Стекло	6		
Масло	5	Фарфор	6		

IV. Удельное сопротивление проводников (при 0^{o}C), мкОм·м

Алюминий	0,025	Нихром	100
Графит	0,039	Ртуть	0,94
Железо	0,087	Свинец	0,22
Медь	0,017	Сталь	0,10

ТАБЛИЦА ВАРИАНТОВ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

Для студентов очной формы обучения номера вариантов назначает преподаватель, ведущий лабораторные занятия. Для студентов заочной формы обучения выбор осуществляется по первой букве фамилии студента: «а» – 1-й вариант, «б» – 2-й вариант, «в, г» – 3-й вариант, «д, е» – 4-й вариант, «ж, з» – 5-й вариант, «и, к» – 6-й вариант, «л, м» – 7-й вариант, «н, о» – 8-й вариант, «п, р» – 9-й вариант, «с, т» – 10-й вариант, «у, ф» – 11-й вариант, «х, ц» – 12-й вариант, «ч, ш» – 13-й вариант, «щ, э» – 14-й вариант, «ю, я» – 15-й вариант. Приведенные ниже таблицы вариантов предназначены для студентов, выполняющих 2 контрольных работы в семестр (или студентов-заочников, изучающих физику в течение двух лет).

1. Электричество

Номер варианта	Номер задач					
Вариант 1	1.1.1	1.1.16	1.2.15	1.2.30.	1.3.7	1.3.30
Вариант 2	1.1.2	1.1.17	1.2.14	1.2.29	1.3.8	1.3.29
Вариант 3	1.1.3	1.1.18	1.2.13	1.2.28	1.3.9	1.3.28
Вариант 4	1.1.4	1.1.19	1.2.12	1.2.27	1.3.10	1.3.27
Вариант 5	1.1.5	1.1.20	1.2.11	1.2.26	1.3.11	1.3.26
Вариант 6	1.1.6	1.1.21	1.2.10	1.2.25	1.3.12	1.3.25
Вариант 7	1.1.7	1.1.22	1.2.9	1.2.24	1.3.13	1.3.24
Вариант 8	1.1.8	1.1.23	1.2.8	1.2.23	1.3.14	1.3.23
Вариант 9	1.1.9	1.1.24	1.2.7	1.2.22	1.3.15	1.3.22
Вариант 10	1.1.10	1.1.25	1.2.6	1.2.21	1.3.1	1.3.21
Вариант 11	1.1.11	1.1.26	1.2.5	1.2.20	1.3.2	1.3.20
Вариант 12	1.1.12	1.1.27	1.2.4	1.2.19	1.3.3	1.3.19
Вариант 13	1.1.13	1.1.28	1.2.3	1.2.18	1.3.4	1.3.18
Вариант 14	1.1.14	1.1.29	1.2.2	1.2.17	1.3.5	1.3.17
Вариант 15	1.1.15	1.1.30	1.2.1	1.2.16	1.3.6	1.3.16

2. Магнетизм

Номер варианта	Номер задачи					
Вариант 1	2.1.9	2.1.16	2.1.31	2.2.8	2.2.16	2.3.1
Вариант 2	2.1.8	2.1.17	2.1.32	2.2.9	2.2.30	2.3.2
Вариант 3	2.1.7	2.1.18	2.1.33	2.2.7	2.2.17	2.3.3
Вариант 4	2.1.6	2.1.19	2.1.34	2.2.10	2.2.29	2.3.4
Вариант 5	2.1.5	2.1.20	2.1.35	2.2.6	2.2.18	2.3.5
Вариант 6	2.1.4	2.1.21	2.1.36	2.2.11	2.2.28	2.3.6
Вариант 7	2.1.3	2.1.22	2.1.37	2.2.5	2.2.19	2.3.15
Вариант 8	2.1.2	2.1.23	2.1.38	2.2.12	2.2.27	2.3.14
Вариант 9	2.1.1	2.1.24	2.1.39	2.2.4	2.2.20	2.3.13
Вариант 10	2.1.10	2.1.25	2.1.40	2.2.13	2.2.26	2.3.12
Вариант 11	2.1.11	2.1.26	2.1.41	2.2.3	2.2.21	2.3.11
Вариант 12	2.1.12	2.1.27	2.1.42	2.2.14	2.2.25	2.3.10
Вариант 13	2.1.13	2.1.28	2.1.43	2.2.2	2.2.22	2.3.9
Вариант 14	2.1.14	2.1.29	2.1.44	2.2.15	2.2.24	2.3.8
Вариант 15	2.1.15	2.1.30	2.1.45	2.2.1	2.2.23	2.3.7

Ниже приведены таблицы вариантов контрольных работ для студентов-очников, изучающих физику в течение одного семестра (или студентов-заочников, изучающих физику 1 год). Методы определения вариантов приведены выше.

Номер варианта	ЭЛЕКТРИЧЕСТВО			МАГНЕТИЗМ		
	Номера задач					
1	2	3	4	5	6	7
Вариант 1	1.1.1	1.2.15	1.3.30	2.1.16	2.2.16	3.2.15
Вариант 2	1.1.17	1.2.29	1.3.8	2.1.32	2.2.19	3.2.14
Вариант 3	1.1.3	1.2.13	1.3.28	2.1.18	2.2.18	3.2.13
Вариант 4	1.1.19	1.1.27	1.3.10	2.1.34	2.2.20	3.2.12

1	2	3	4	5	6	7
Вариант 5	1.1.5	1.2.11	1.3.26	2.1.20	2.217	3.2.11
Вариант 6	1.1.21	1.2.25	1.3.12	2.1.36	2.2.21	3.2.10
Вариант 7	1.1.7	1.2.9	1.3.24	2.1.22	2.2.15	3.2.9
Вариант 8	1.1.23	1.2.23	1.3.14	2.1.38	2.2.22	3.2.8
Вариант 9	1.1.9	1.2.7	1.3.22	2.1.24	2.2.14	3.2.7
Вариант 10	1.1.25	1.2.21	1.3.1	2.1.40	2.2.23	3.2.6
Вариант 11	1.1.11	1.2.5	1.3.20	2.1.26	2.2.13	3.2.5
Вариант 12	1.1.27	1.2.19	1.3.3	2.1.42	2.2.24	3.2.4
Вариант 13	1.1.13	1.2.3	1.3.18	2.1.28	2.2.12	3.2.3
Вариант 14	1.1.29	1.2.17	1.3.5	2.1.44	2.2.25	3.2.2
Вариант 15	1.1.15	1.2.1	1.3.16	2.1.30	2.2.11	3.2.1

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики: Для студ. техн. вузов / В.С. Волькенштейн. 3-е изд., испр. и доп. – СПб.: Кн. мир, 2003. – 328 с.

2. Дмитриева В.Ф. Основы физики: Учеб пособие для студентов вузов / В.Ф. Дмитриева, В.Л. Прокофьев. 2-е изд., испр. и доп. – М.: Высш. шк., 2001. – 256 с.

3. Савельев И.В. Курс общей физики: Для втузов: В 3 т. Т. 2. Электричество и магнетизм. Волны. Оптика / И.В. Савельев. – МС.: Наука, 1978. – 480 с.

4. Савельев И.В. Сборник вопросов и задач по общей физике: Учеб. пособие для студ. вузов / И.В. Савельев. – М.: Астрель: АСТ, 2001. – 318 с.

5. Трофимова Т.И. Сборник задач по курсу физики с решениями: Учеб. пособие для студ. вузов / Т.И. Трофимова, З.Г. Павлова. 4-е изд., стереотип. – М.: Высш. шк., 2003. – 519 с.

6. Трофимова Т.И. Курс физики: Учеб. пособие для студ. вузов / Т.И. Трофимова. 7-е изд., стереотип. – М.: Высш. шк., 2002. – 542 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Учебное издание

Родкина Людмила Романовна

ФИЗИКА

Практикум

В авторской редакции

Компьютерная верстка М.А. Портновой

Лицензия на издательскую деятельность ИД № 03816 от 22.01.2001

Подписано в печать 28.02.06. Формат 60×84/16.
Бумага писчая. Печать офсетная. Усл. печ. л. 6,51.
Уч.-изд. л. 5,6. Тираж 500 экз. Заказ

Издательство Владивостокского государственного университета
экономики и сервиса
690600, Владивосток, ул. Гоголя, 41
Отпечатано в типографии ВГУЭС
690600, Владивосток, ул. Державина, 57